

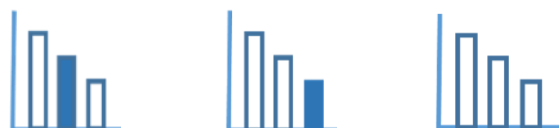
מאור

מתמטיקה אוריינית בחטיבת ביניים



תכנון חלון מקושט (עם קשת)

המשימה קיימת ב – 3 רמות



כל הזכויות שמורות ל
לייקין ר. וצוות מאור, אוניברסיטת חיפה

אין להעתיק, לצלם או לשכפל חוברת זו
או קטעים ממנה בשום אמצעי

פרטי התקשרות:

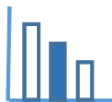
maor@labs.edu.haifa.ac.il

04-8288351



תעודת זהות של המשימה

שטחים והיקפים של מלבן, פונקציה ריבועית		נושא מתוכנית הלימודים לשילוב המשימה
ט'		כיתה
עד 45 דקות		זמן נדרש ליישום המשימה (עד 45 דקות)
חישובי שטח והיקף של מלבן, מציאת השטח המקסימלי של מלבן על פי מילוי טבלת ערכים ועל פי פרבולה.		ידע ומיומנויות מתמטיים הנדרשים לפתרון המשימה
חישובי שטח והיקף של מלבן, זיהוי גרף (פרבולה) שמתאר תופעה על פי מילוי טבלת ערכים, מציאת השטח המקסימלי של מלבן על פי הפרבולה.		
שטח והיקף של מלבן, רדיוס וקוטר של עיגול, זיהוי ביטוי אלגברי שמתאר תופעה, התאמה של גרף המתאים לתכונות של פונקציה ריבועית, מציאת השטח המקסימלי של מלבן על פי תכונות הפונקציה הריבועית, יחס.		
תכנון חלון לפי שיקולים הנדסיים. קישוריות בין מושגים מחיי יומיום לבין מושגים מתמטיים.		אוריינות קונטקסטואלית
תכנון חלון לפי שיקולים הנדסיים. קישוריות בין מושגים מחיי יומיום לבין מושגים מתמטיים.		
תכנון חלון לפי שיקולים הנדסיים. קישוריות בין מושגים מחיי יומיום לבין מושגים מתמטיים.		
פתרון בעיות מילוליות המשלבות גיאומטריה ואלגברה. מעברים בין ייצוגים שונים של פונקציה.		ידע ומיומנויות שהמשימה יכולה לקדם
עבודה בקבוצות, ניתן להיעזר ביישומונים המצורפים.		הנחיות קצרות לעבודה עם המשימה



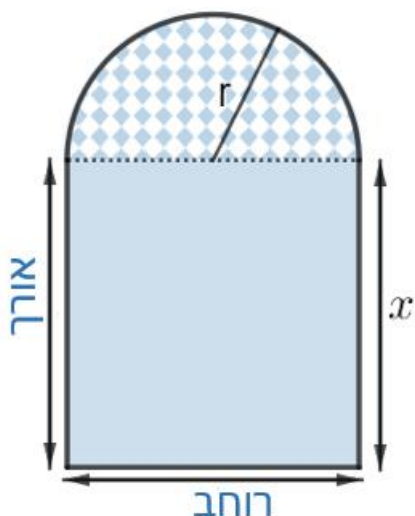
משימה - תכנון חלון מקושט (עם קשת)

פתרו את הבעיה הבאה

צחי הקבלן מתכנן חלון בחדר. החלון בנוי ממלבן שקוף וחצי עיגול מעליו שאינו שקוף (כפי שמתואר באיור).

לפי התכנון החלון צריך לעמוד בתנאים הבאים:

- אורך המסגרת החיצונית של החלק המלבני של החלון צריך להיות 5 מ'.
- שטחו של החלק המלבני של החלון צריך להיות גדול ככל האפשר, כדי שתיכנס דרכו כמות מרבית של אור.



נסמן ב- x את אורך החלק המלבני של החלון (במטרים).

נסמן ב- r את רדיוס חצי העיגול (במטרים).

נסמן ב- S את שטח החלון המלבני (במ"ר).

היעזרו באיור של החלון וענו על השאלות הבאות:

- א. איזה מהביטויים מייצג את אורך המסגרת החיצונית של החלק המלבני של החלון?

$$2x + 2r \quad (1)$$

$$2x + 4r \quad (2)$$

$$2rx \quad (3)$$

$$x + 2r \quad (4)$$

- ב. בטאו את אורך החלק המלבני של החלון (x) באמצעות רדיוס חצי העיגול.

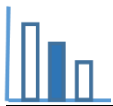
- ג. לפניכם 4 פונקציות בייצוג אלגברי.

1. איזו מבין הפונקציות מייצגת את השטח של החלק המלבני של החלון כתלות ב- r

וגם מתאימה לדרישות הקבלן:

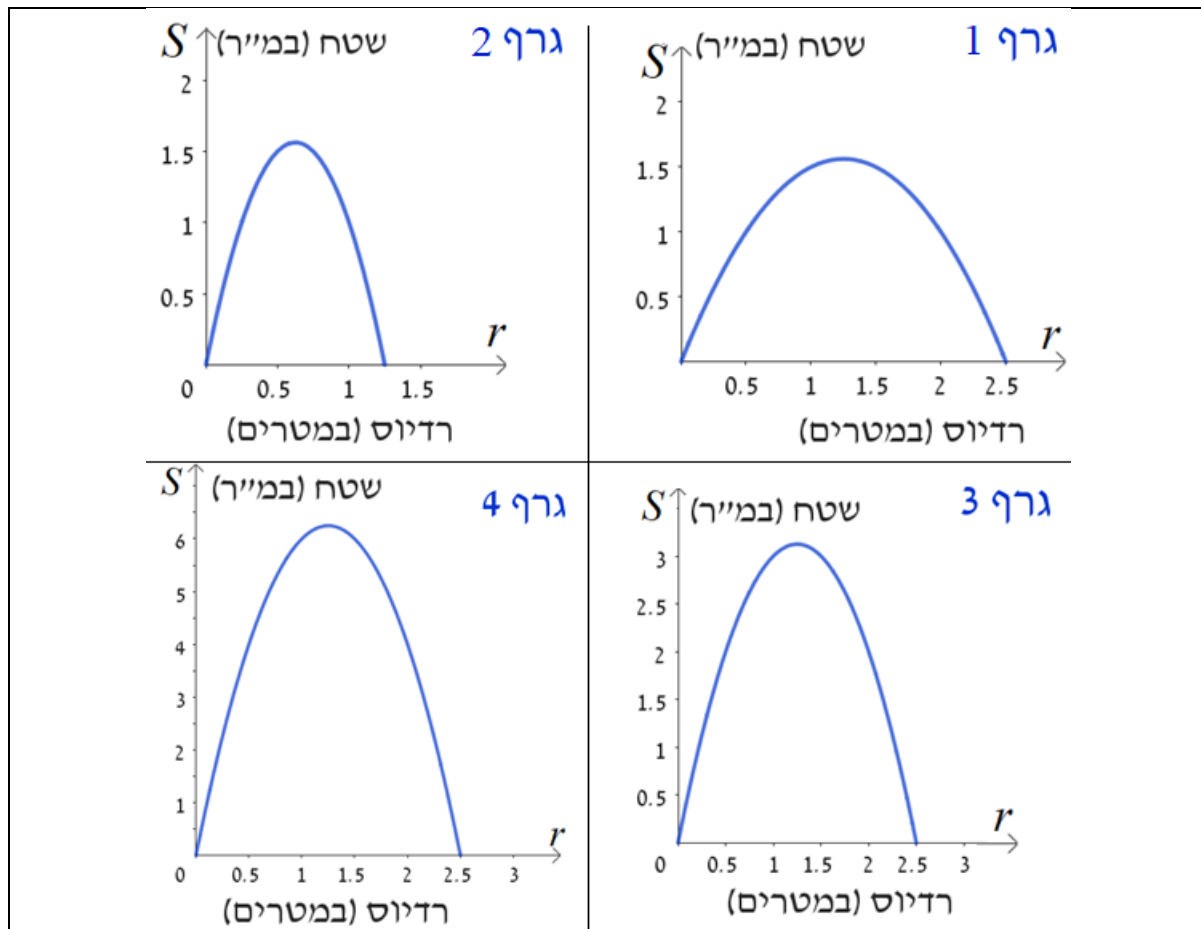
$$S_1(r) = r(2.5 - r) \quad S_3(r) = 2r(2.5 - r)$$

$$S_2(r) = 2r(2.5 - 2r) \quad S_4(r) = 2r(5 - 2r)$$



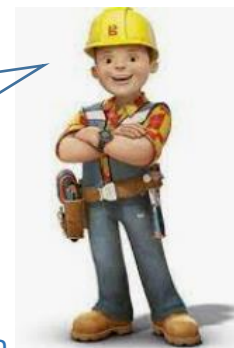
ג2. לפניכם 4 גרפים.

התאימו גרף לפונקציה שזיהיתם בסעיף ג1 ונמקו את השיקולים שלכם:

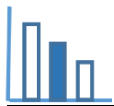


ד. צחי הקבלן חישב ומצא:

כדי שדרך החלק המלבני של החלון
תעבור כמות מרבית של האור, צריך לדאוג
שהיחס בין גובה החלון לרוחבו יהיה שווה 2.



האם צחי צודק? נמקו את קביעתכם (היעזרו בפתרון שאלה ג2 וביישומון)



פתרונות אפשריים

סעיף א: אורך המסגרת החיצונית (או היקף) של החלק המלבני של החלון מיוצג על ידי הביטוי $2x + 2r$.
סעיפים ב ו-ג: נתון כי היקף החלק המלבני של החלון הוא 5 מ'. כלומר, $5 = 2x + 2r$, לכל בחירה של x ו- r .
 נבטא x באמצעות r ונכתוב ביטוי אלגברי המבטא את הקשר בין שטח חלון לבין r של חצי עיגול.

$$x = 2.5 - r$$

נסמן ב- S שטח החלק המלבני של חלון במ"ר: $S = 2rx \leftarrow S(r) = 2r \cdot (2.5 - r)$.

מכאן שהפונקציה $S_3(r)$ היא הפונקציה המתאימה.

סעיף ג2: כל הגרפים בסעיף זה מתאימים לביטויים האלגבריים המופיעים בסעיף ג1. לפי הביטוי המתאר את התופעה שהתקבל בסעיף ג1 ניתן להסיק ישירות שהגרף 2 לא מתאים ויש לבחור בין הפרבולות 1, 3 ו-4.
 השיקול העיקרי מבוסס על שיעורי קודקוד הפרבולה המתאימה. לפי הממצא בסעיף ג1 שטח החלק המלבני של החלון יהיה מקסימלי כאשר רדיוס חצי עיגול יהיה 1.25 מ'. זאת כיוון שנקודת המקסימום של הפרבולה $S(r) = -2 \cdot r^2 + 5r$ הינה (1.25, 3.125) ולכן גרף 3 הוא הגרף המתאים.

סעיף ד: צחי צודק!

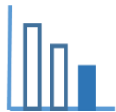
כאשר שטח המלבן מקסימלי, תעבור דרכו כמות מרבית של אור.

מסקנה מסעיף ג2 היא ששטח המלבן מקסימלי כאשר רדיוס חצי העיגול שווה ל 1.25 מ'.

$$x = 2.5 - 1.25 = 1.25 \text{ מ'}$$

היחס בין מידות החלק המלבני של החלון שנכנסת דרכו כמות מרבית של אור הוא:

$$\frac{2r}{x} = \frac{2.5}{1.25} = 2$$



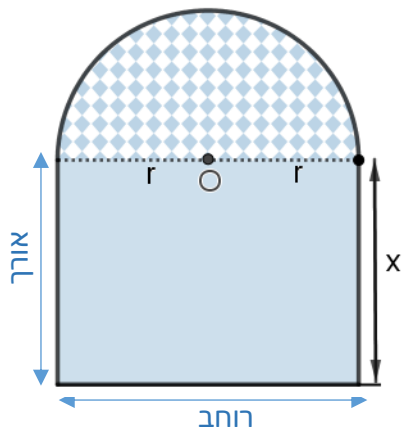
משימה - תכנון חלון מקושט (עם קשת)

פתרו את הבעיה הבאה

צחי הקבלן מתכנן חלון בחדר. החלון בנוי ממלבן שקוף וחצי עיגול מעליו שאינו שקוף (כפי שמתואר באיור).

לפי התכנון החלון צריך לעמוד בתנאים הבאים:

- אורך המסגרת החיצונית של החלק המלבני של החלון צריך להיות 5 מ'.
 - שטחו של החלק המלבני של החלון צריך להיות גדול ככל האפשר, כדי שתיכנס דרכו כמות מרבית של אור.
- נסמן ב- x את אורך החלק המלבני של החלון (במטרים).
נסמן ב- r את רדיוס חצי העיגול (במטרים).
נסמן ב- S את שטח החלון המלבני (במ"ר).

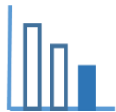


א. איזה מהביטויים מייצג את אורך המסגרת החיצונית של החלק המלבני של החלון?

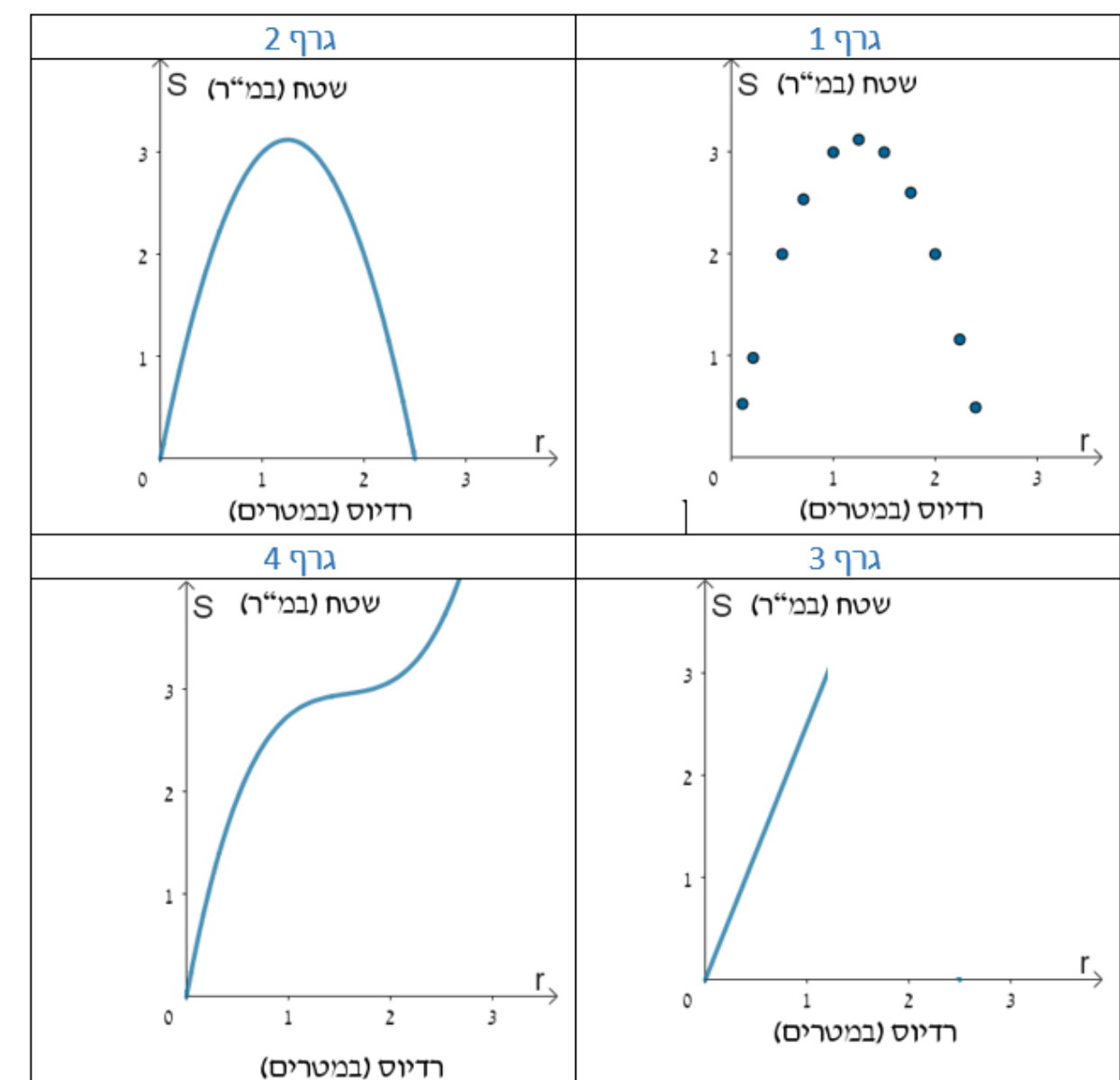
- (1) $2x + 2r$ (2) $2x + 4r$ (3) $2rx$ (4) $x + 2r$

ב. 1 השלימו את הטבלה הבאה:

x (מטרים) אורך החלק המלבני של החלון	r (מטרים) רדיוס חצי העיגול	P (מטרים) אורך המסגרת החיצונית בחלק המלבני	S (מ"ר) השטח של החלק המלבני
0.5		5	2
	1.5	5	3
1.25		5	
	1	5	
2		5	



2) בחרו בגרף המתאר את השינוי בשטח החלק המלבני של החלון כתלות ב- r . נמקו את קביעתכם.

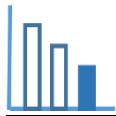


ג. צחי חישוב ומצא:

כדי שדרך החלק המלבני של החלון יעבור הכי הרבה אור, צריך שרדיוס צחי העיגול יהיה שווה ל 1.25 מ' ואז שטח המלבן יהיה שווה ל 3.125 מ"ר.



האם צחי צודק? נמקו את קביעתכם (היעזרו בסעיף ב2 וביישומון)



פתרונות אפשריים

סעיף א: אורך המסגרת החיצונית (או היקף) של החלק המלבני של החלון מיוצג על ידי הביטוי $2x + 2r$.

סעיף ב1:

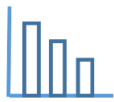
x (מטרים) אורך החלק המלבני של החלון	r (מטרים) רדיוס חצי העיגול	P (מטרים) אורך של המסגרת החיצונית בחלק המלבני	S (מ"ר) שטח של החלק המלבני
0.5	2	5	2
1	1.5	5	3
1.25	1.25	5	3.125
1.5	1	5	3
2	0.5	5	2

סעיף ב2: הגרף המתאים הוא גרף 2: הגרף צריך להיות רציף, בתחילה עולה ואח"כ יורד.

סעיף ג: צחי צודק. על פי גרף 2 וכן על פי היישומון, שטח המלבן מקסימלי כאשר $r=1.25$, $r=$

והשטח המקסימלי של המלבן הוא 3.125 מ"ר. וכששטח המלבן מקסימלי, אז ייכנס דרכו

הכי הרבה אור.



משימה - תכנון חלון מקושט (עם קשת)

פתרו את הבעיה הבאה

צחי הקבלן מתכנן חלון בחדר. החלון בנוי ממלבן שקוף וחצי עיגול מעליו שאינו שקוף (כפי שמתואר באיור).

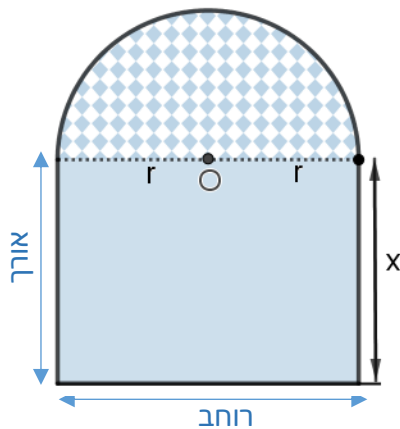
לפי התכנון החלון צריך לעמוד בתנאים הבאים:

- אורך המסגרת החיצונית של החלק המלבני של החלון צריך להיות 5 מ'.
 - שטחו של החלק המלבני של החלון צריך להיות גדול ככל האפשר.
- זאת כדי שתיכנס דרכו כמות מרבית של אור.

נסמן ב- x את אורך החלק המלבני של החלון (במטרים).

נסמן ב- r את רדיוס חצי העיגול (במטרים).

נסמן ב- S את שטח החלון המלבני (במ"ר).

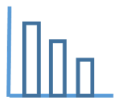


א. איזה מהביטויים מייצג את אורך המסגרת החיצונית של החלק המלבני של החלון?

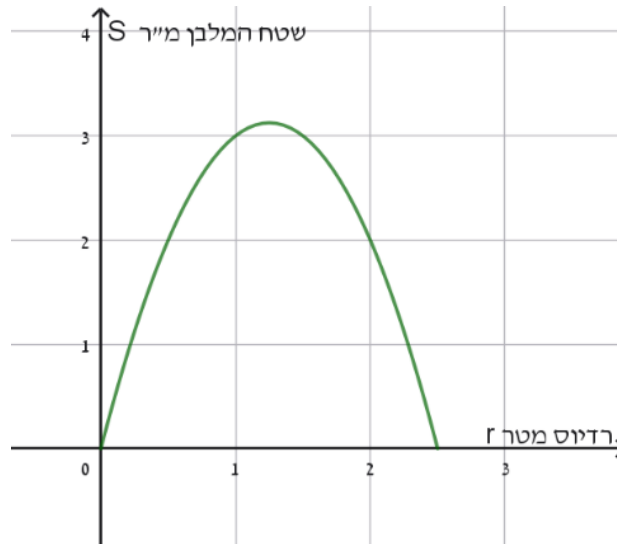
- (1) $2x + 2r$ (2) $2x + 4r$ (3) $2rx$ (4) $x + 2r$

ב. (1) השלימו את הטבלה הבאה (היעזרו בסעיף א'):

x (מטרים) אורך החלק המלבני של החלון	r (מטרים) רדיוס חצי העיגול	P (מטרים) אורך המסגרת החיצונית בחלק המלבני	S (מ"ר) השטח של החלק המלבני
0.5		5	2
	1.5	5	3
1.25		5	
	1	5	
2		5	

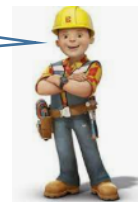


2) לפיכם גרף המתאר את השינוי בשטח החלק המלבני של החלון כתלות ב- r :

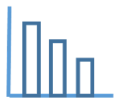


צחי הקבלן חישוב ומצא:

כדי שדרך החלק המלבני של החלון יעבור הכי הרבה אור, צריך שרדיוס צחי העיגול יהיה שווה ל 1.25 מ' ואז שטח המלבן יהיה שווה ל 3.125 מ"ר.



האם צחי צודק? נמקו את קביעתכם (היעזרו בסעיף ב1 וביישומון)



פתרונות אפשריים

סעיף א: אורך המסגרת החיצונית (או היקף) של החלק המלבני של החלון מיוצג על ידי הביטוי $2x + 2r$.

סעיף ב1:

S (מ"ר) שטח של החלק המלבני 	P (מטרים) אורך של המסגרת החיצונית בחלק המלבני 	r (מטרים) רדיוס חצי העיגול	x (מטרים) אורך החלק המלבני של החלון
2	5	2	0.5
3	5	1.5	1
3.125	5	1.25	1.25
3	5	1	1.5
2	5	0.5	2

סעיף ב2: צחי צודק. על פי הגרף וכן על פי היישומון, שטח המלבן מקסימלי כאשר $r=1.25$,

והשטח המקסימלי של המלבן הוא 3.125 מ"ר. וכששטח המלבן מקסימלי, אז ייכנס דרכו

הכי הרבה אור.