

מאור

מתמטיקה אוריינית בחטיבת ביניים



גל ירוק – פונקציה קווית

המשימה קיימת ב – 2 רמות



כל הזכויות שמורות ל
לייקין ר. וצוות מאור, אוניברסיטת חיפה

אין להעתיק, לצלם או לשכפל חוברת זו
או קטעים ממנה בשום אמצעי

פרטי התקשרות:

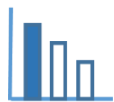
maor@labs.edu.haifa.ac.il

04-8288351



תעודת זהות של המשימה

פונקציה קווית, קריאת מידע מהגרפים, בעיות תנועה	נושא מתוכנית הלימודים לשילוב המשימה
ח' - ט'	כיתה
עד 45 דקות	זמן נדרש ליישום המשימה (עד 45 דקות)
שימוש בתכונות של פונקציה בהקשר לסיטואציה מחיי היומיום. הבנת משמעות של: נקודה המסומנת על הגרף, תיאור מרחק בפונקציה קווית של הזמן, כאשר שיפוע הפונקציה הוא המהירות הקבועה. מציאת מהירות הנסיעה על ידי חישוב שיפוע של פונקציה קווית. בדיקת נכונות טענות הקשורות לסיטואציה בהסתמך על המידע המופיע בייצוג גרפי.	ידע ומיומנויות מתמטיים הנדרשים לפתרון המשימה
שימוש בתכונות של פונקציה בהקשר לסיטואציה מחיי היומיום. הבנת משמעות של: נקודה המסומנת על הגרף, תיאור מרחק בפונקציה קווית של הזמן, כאשר שיפוע הפונקציה הוא המהירות הקבועה. מציאת מהירות הנסיעה על ידי חישוב שיפוע של פונקציה קווית. בדיקת נכונות טענות הקשורות לסיטואציה בהסתמך על המידע המופיע בייצוג גרפי. הבנת הקשר בין יחידות המידה השונות בהקשר של מהירות.	
בהפעלת הגל הירוק הרמזורים מתואמים כדי לאפשר נסיעה דרך סדרה של רמזורים ירוקים.	אוריינות קונטקסטואלית
בהפעלת הגל הירוק הרמזורים מתואמים כדי לאפשר נסיעה דרך סדרה של רמזורים ירוקים.	
יישום של ידע מתמטי למצבים מהחיים האמיתיים, כגון תכנון וניהול תנועה בעיר.	ידע ומיומנויות שהמשימה יכולה לקדם
הקדמה קצרה בכיתה על מערכת הגל הירוק ומטרותיה. עבודה בקבוצות של 2-3 תלמידים ולבסוף דיון במליאה. הערות: במקרים בהם אין אפשרות שתלמידים יעבדו באתר: א. ישנם קבצים לתלמיד שמיועדים להדפסה בשחור לבן, כדי שניתן יהיה לראות בברור את הסרטוט. ב. רצוי להציג את היישומון בכיתה, ובדיון הכיתתי להיעזר ביישומון להמחשת הפתרונות.	הנחיות קצרות לעבודה עם המשימה

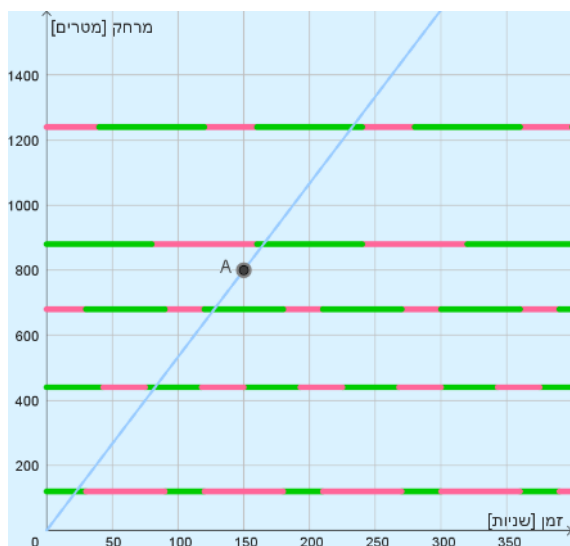


משימה: גל ירוק - פונקציה קווית

תיאור סיטואציה

גל ירוק היא תוכנה של מערכת בקרת רמזורים (שלושה או יותר) הנמצאים על ציר נסיעה. הגל הירוק מאפשר תנועה רציפה (ללא עצירה) במהירויות מסוימות כאשר כל הרמזורים בציר הנסיעה נותנים אור ירוק.

פתרו את הבעיה הבאה



אורכו של רחוב גליליאו הוא 1.4 ק"מ. ברחוב זה ישנם 5 רמזורים.

לפניכם תרשים המתאר את הפעלת מערכת "הגל הירוק" ברחוב:

- פסים ירוקים – אורכו של כל פס מייצג את זמן ההפעלה של רמזור ירוק.
- פסים אדומים – אורכו של כל פס מייצג את זמן ההפעלה של רמזור אדום*.

עופר רכב על אופניים מתחילת רחוב גליליאו.

הישר הכחול מייצג את השתנות המרחק (במטרים)

שעבר עופר כתלות בזמן (בשניות).

*הערה: צבע אדום בתרשים כולל צבע צהוב ברמזור.

א. מה המשמעות של הנקודה A הנמצאת על הישר הכחול?

ב. 1. מצאו את המהירות שבה רכב עופר.

2. בטאו את המהירות בקמ"ש.

3. האם עופר עלה על הגל הירוק?

ג. דניאל נסע במכונית ברחוב גליליאו במהירות של $14 \frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}}$ ועבר את כל חמשת הרמזורים באור ירוק.

דניאל טוען שכל נהג שיסע במהירות $14 \frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}}$ ברחוב גליליאו יעבור את הרחוב באור ירוק.

האם הטענה של דניאל נכונה? נמקו והדגימו בעזרת היישומון.

ד. בהנחה שנהג נוסע ברחוב גליליאו במהירות קבועה, האם ישנה מהירות אחרת שהנהג יכול לנסוע

בכל 5 הרמזורים באור ירוק? האם יש עוד אפשרויות? נמקו והדגימו בעזרת היישומון.

משימה: גל ירוק - פונקציה קווית (להדפסה בשחור/לבן)

תיאור סיטואציה

גל ירוק היא תוכנה של מערכת בקרת רמזורים (שלושה או יותר) הנמצאים על ציר נסיעה. הגל הירוק מאפשר תנועה רציפה (ללא עצירה) במהירויות מסוימות כאשר כל הרמזורים בציר הנסיעה נותנים אור ירוק.

פתרו את הבעיה הבאה

אורכו של רחוב גליליאו הוא 1.4 ק"מ.

ברחוב זה ישנם 5 רמזורים.

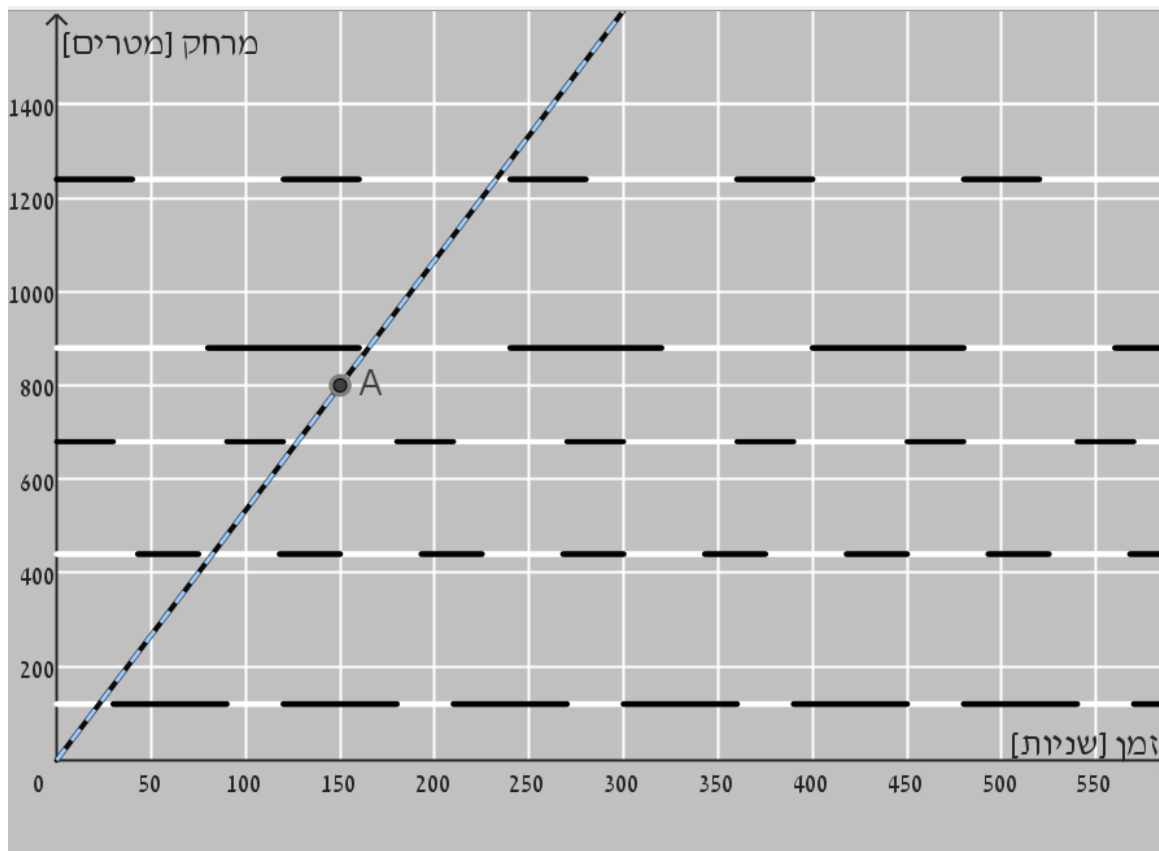
לפניכם תרשים המתאר את הפעלת מערכת "הגל הירוק" ברחוב:

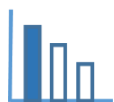
- פסים לבנים - אורכו של כל פס מייצג את זמן ההפעלה של רמזור ירוק.
- פסים שחורים - אורכו של כל פס מייצג את זמן ההפעלה של רמזור אדום*.

עופר רכב על אופניים מתחילת רחוב גלילאו.

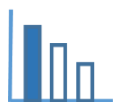
הישר המקווקו מייצג את השתנות המרחק (במטרים) שעבר עופר כתלות בזמן (בשניות).

*הערה: צבע שחור בתרשים כולל צבע צהוב ואדום ברמזור.





- א. מה המשמעות של הנקודה A הנמצאת על הישר המקווקו?
- ב. 1. מצאו את המהירות שבה רכב עופר.
2. בטאו את המהירות בקמ"ש.
3. האם עופר עלה על הגל הירוק?
- ג. דניאל נסע במכונית ברחוב גליליאו במהירות של $14 \frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}}$ ועבר את כל חמשת הרמזורים באור ירוק.
- האם הטענה של דניאל נכונה? נמקו והדגו בעזרת סרטוט או בעזרת היישומון.
- ד. בהנחה שנהג נוסע ברחוב גליליאו במהירות קבועה, האם ישנה מהירות אחרת שהנהג יכול לנסוע בכל 5 הרמזורים באור ירוק? האם יש עוד אפשרויות? נמקו והדגו בעזרת סרטוט או בעזרת היישומון.



פתרונות אפשריים

סעיף א:

הנקודה A מסמנת שעופר עבר מרחק של 800 מטרים לאחר שחלפו 150 שניות (2.5 דקות) מרגע תחילת הנסיעה.

סעיף ב:

1. הישר הכחול מייצג את המרחק S בפונקציה של הזמן t , ושיפוע הישר מייצג את המהירות v . מדובר בפונקציה קווית ולכן קצב שינוי של הפונקציה הוא אחיד.

$$\text{מכאן שהמהירות של רוכב האופניים הינה } v = \frac{800}{150} = \frac{18}{5} = 5 \frac{1}{3} \left[\frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}} \right]$$

$$\begin{aligned} 1 \left[\frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}} \right] &= \frac{1 \frac{\text{ק"מ}}{1,000}}{\frac{1 \text{ שעה}}{3,600}} = \frac{3,600}{1,000} \left[\frac{\text{ק"מ}}{\text{שעה}} \right] = \frac{18}{5} \left[\frac{\text{ק"מ}}{\text{שעה}} \right] = 3.6 \left[\frac{\text{ק"מ}}{\text{שעה}} \right] \\ v &= 5 \frac{1}{3} \left[\frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}} \right] = 5 \frac{1}{3} \cdot 3.6 \left[\frac{\text{ק"מ}}{\text{שעה}} \right] = 19.2 \left[\frac{\text{ק"מ}}{\text{שעה}} \right] \quad \text{מכאן:} \end{aligned}$$

2. $1 \text{ ק"מ} = 1,000 \text{ מ}$
 $1 \text{ שעה} = 3,600 \text{ שניות}$

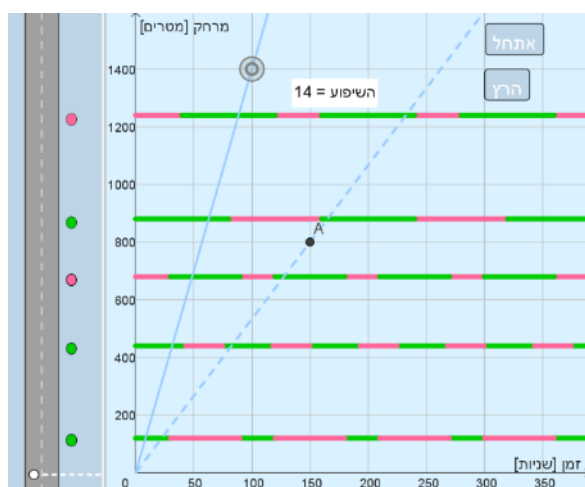
3. מהתרשים ניתן לראות שעופר עובר בין הרמזורים בדיוק כשהאור ירוק. כלומר, עופר נסע במהירות המתאימה לגל הירוק (ניתן להיעזר בהדמיה ביישומון).

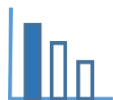
סעיף ג:

כדי לוודא שהטענה של דניאל נכונה יש לסרטט (או להציג ביישומון) קו ישר שמתאים למהירות של $14 \frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}}$.

הנקודה שיכולה להתאים לשיפוע זה הינה $(100, 1400)$ והנה הגרף.

אפשר לראות שמהירות זאת מבטיחה מעבר של כל חמשת הרמזורים באור ירוק. במקרה ויש התלבטות, ניתן להפעיל את ההדמיה ביישומון.



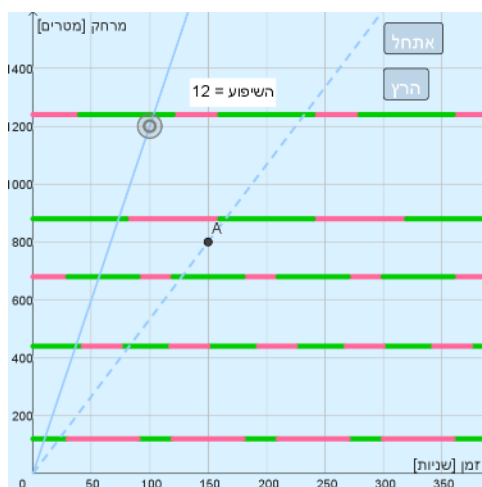
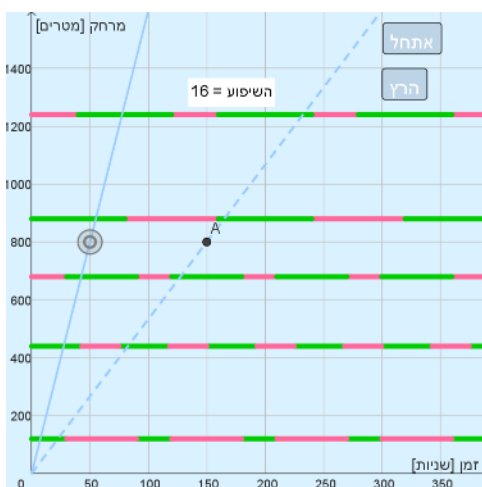


סעיף ד:

כדי לענות על השאלה זו צריך לבדוק מהירויות שונות שמאפשרות נסיעה בכל 5 הרמזורים באור ירוק. ההדמיה

שבשישומון עשויה ליעל בהסקת מסקנות לגבי סעיף זה. למשל, נהג שנוסע במהירות של $16 \frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}}$ יעלה על הגל

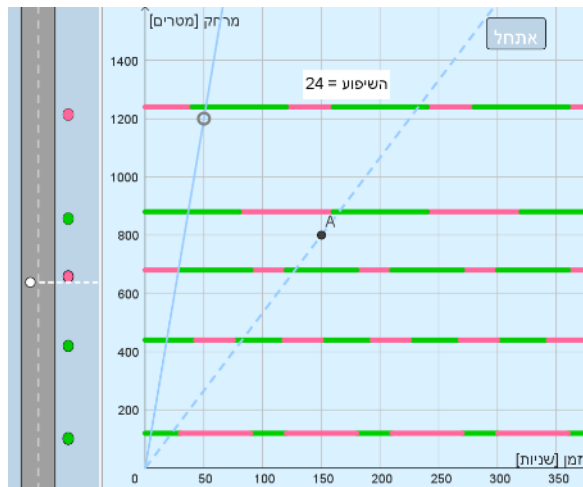
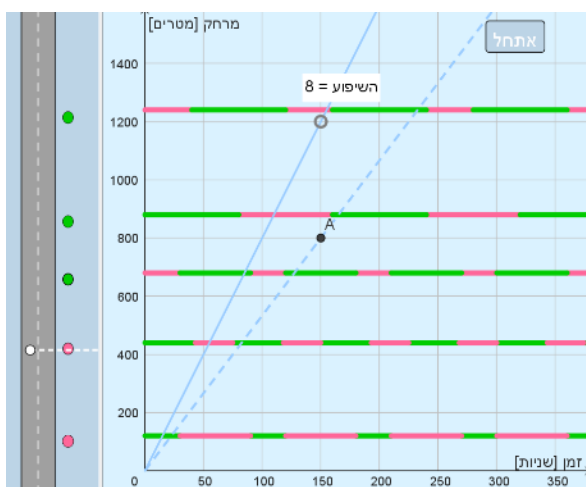
הירוק. כך גם נהג שנוסע במהירות של $12 \frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}}$ יעבור את כל הרמזורים באור ירוק.

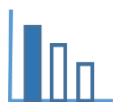


ואילו אפשר לראות בוודאות שאם נהג ייסע במהירות של $8 \frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}}$ הוא יעצור ברמזור אדום בצומת השני.

כך גם במהירות של $24 \frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}}$, במקרה זה ההתלבטות בתרשים היא לגבי הצומת השלישי וההדמיה מאפשרת לוודא

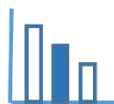
שבמהירות זאת הרכב יצטרך לעצור ברמזור אדום בצומת השלישי.





בהפעלת הגל הירוק הרמזורים מתואמים כדי לאפשר נסיעה דרך סדרה של רמזורים ירוקים. כלומר, אם נהג ייסע מהר או לאט יותר מהמהירות שנקבעה על ידי המערכת, הוא עשוי להיתקל ברמזורים אדומים לאורך הדרך - חריגה מהמהירות הזו תגרום לנהג להפסיד את "הגל" ולהיאלץ לעצור ברמזור אדום.

יש לציין שבשאלה זו מספיק להראות אפשרויות נוספות. לשיקול דעת של המורה אם לבקש מהתלמידים להציע תחומי מהירויות שונים. בנוסף, זאת ההזדמנות לדון בעניין של מהירות נסיעה שמותרת בכביש בעיר.

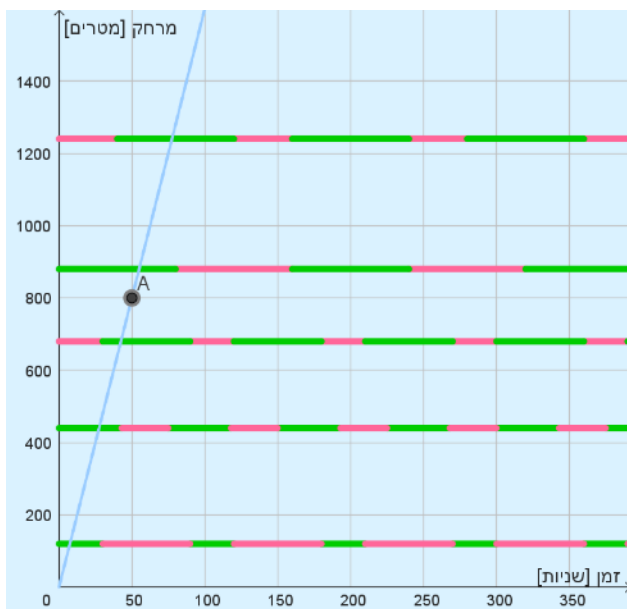


משימה: גל ירוק - פונקציה קווית

תיאור סיטואציה

גל ירוק היא תוכנה של מערכת בקרת רמזורים (שלושה או יותר) הנמצאים על ציר נסיעה. הגל הירוק מאפשר תנועה רציפה (ללא עצירה) במהירויות מסוימות כאשר כל הרמזורים בציר הנסיעה נותנים אור ירוק.

פתרו את הבעיה הבאה



אורכו של רחוב גלילאו הוא 1.4 ק"מ. ברחוב זה ישנם 5 רמזורים.

לפניכם תרשים המתאר את הפעלת מערכת "הגל הירוק" ברחוב:

- פסים ירוקים – אורכו של כל פס מייצג את זמן ההפעלה של רמזור ירוק.
- פסים אדומים – אורכו של כל פס מייצג את זמן ההפעלה של רמזור אדום*.

עופר נסע במכונית מתחילת רחוב גלילאו.

הישר הכחול מייצג את השתנות המרחק (במטרים)

שעבר עופר כתלות בזמן (בשניות).

*הערה: צבע אדום בתרשים כולל צבע צהוב ברמזור.

בעיה 1

א. מה המשמעות של הנקודה A הנמצאת על הישר הכחול?

ב. מהירות הרכב הינה 16 מטר לשנייה. כיצד ניתן לחשב זאת לפי המידע בגרף?

ג. כמה זמן לקח לעופר לסיים את הנסיעה ברחוב גלילאו? כיצד ניתן לחשב זאת לפי המידע על הגרף?

ד. האם עופר עלה על הגל הירוק?

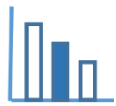
בעיה 2

דניאל נסע במכונית ברחוב גלילאו במהירות של $14 \frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}}$

ועבר את כל חמשת הרמזורים באור ירוק.

דניאל טוען שכל נהג שיסע במהירות $14 \frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}}$ ברחוב גלילאו יעבור את הרחוב באור ירוק.

האם הטענה של דניאל נכונה? נמקו והדגו בעזרת היישומון.



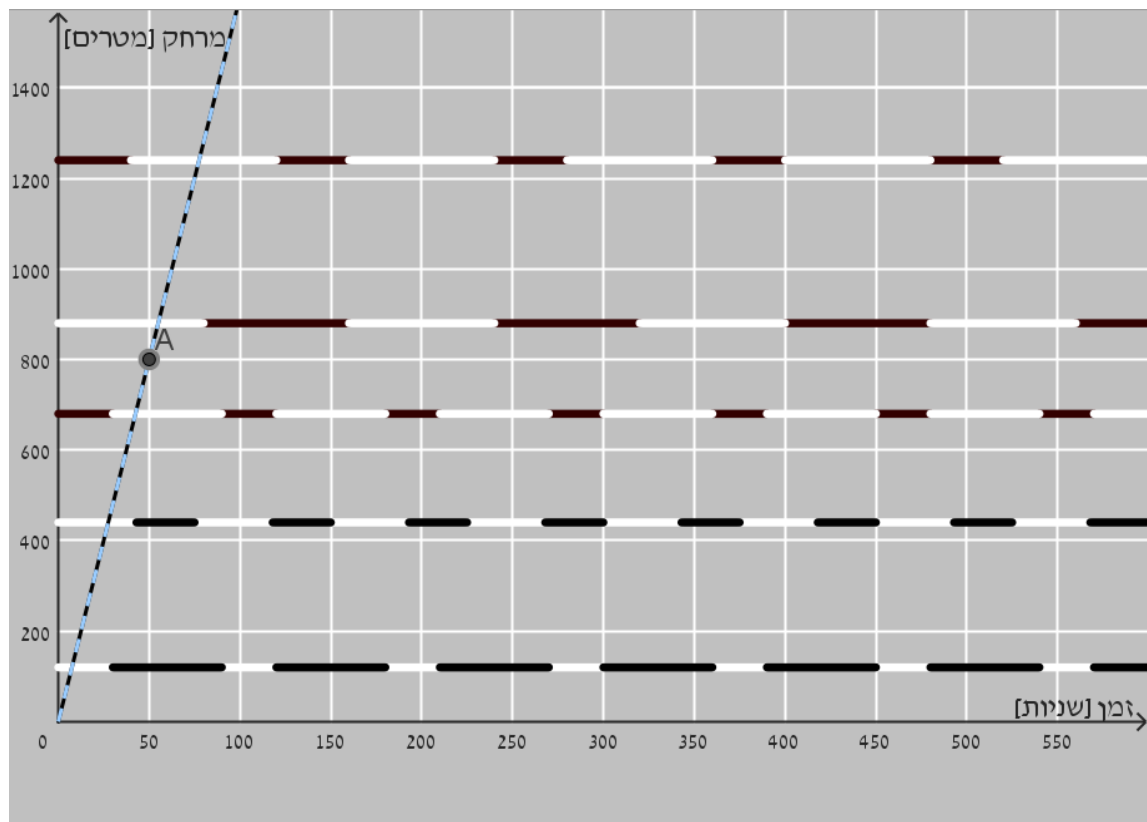
משימה: גל ירוק - פונקציה קווית (להדפסה בשחור/לבן)

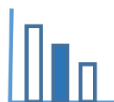
תיאור סיטואציה

גל ירוק היא תוכנה של מערכת בקרת רמזורים (שלווה או יותר) הנמצאים על ציר נסיעה. הגל הירוק מאפשר תנועה רציפה (ללא עצירה) במהירויות מסוימות כאשר כל הרמזורים בציר הנסיעה נותנים אור ירוק.

פתרו את הבעיה הבאה

- אורכו של רחוב גלילאו הוא 1.4 ק"מ. ברחוב זה ישנם 5 רמזורים.
- לפניכם תרשים המתאר את הפעלת מערכת "הגל הירוק" ברחוב:
- פסים לבנים - אורכו של כל פס מייצג את זמן ההפעלה של רמזור ירוק.
 - פסים שחורים - אורכו של כל פס מייצג את זמן ההפעלה של רמזור אדום*.
- עופר נסע במכונית מתחילת רחוב גלילאו.
- הישר המקווקו מייצג את השתנות המרחק (במטרים) שעבר עופר כתלות בזמן (בשניות).
- *הערה: צבע שחור בתרשים כולל צבע צהוב ואדום ברמזור.



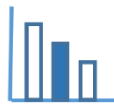


בעיה 1

- א. מה המשמעות של הנקודה A הנמצאת על הישר המקווקו?
- ב. מהירות הרכב הינה 16 מטר לשנייה. כיצד ניתן לחשב זאת לפי המידע בגרף?
- ג. כמה זמן לקח לעופר לסיים את הנסיעה ברחוב גליליאו? כיצד ניתן לחשב זאת לפי המידע על הגרף?
- ד. האם עופר עלה על הגל הירוק (פסים לבנים בסרטוט)?

בעיה 2

- דניאל נסע במכונית ברחוב גליליאו במהירות של $14 \frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}}$ ועבר את כל חמשת הרמזורים באור ירוק.
- דניאל טוען שכל נהג שיסע במהירות $14 \frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}}$ ברחוב גליליאו יעבור את הרחוב באור ירוק.
- האם הטענה של דניאל נכונה? נמקו והדגימו בעזרת סרטוט או בעזרת היישומון.



פתרונות אפשריים

בעיה 1

סעיף א

הנקודה A מסמנת שעופר עבר מרחק של 800 מטרים לאחר שחלפו 50 שניות מרגע תחילת הנסיעה.

סעיף ב

נתון כי החל מתחילת הנסיעה ברחוב גלילאו מהירות הנסיעה של עופר הייתה 16 $\frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}}$.

תלמידים עשויים להבין כי נתון לגבי מהירות הנסיעה שקול לחישוב שיפוע של גרף הפונקציה הקווית הנתונה.

פונקציה קווית היא מהצורה $S(t) = at + b$. כיוון שנתון שעופר נסע במכונית מתחילת הרחוב גלילאו, לכן

במקרה זה הפונקציה היא מהצורה $S(t) = at$.

אפשר למצוא את השיפוע של הפונקציה הקווית $S(t)$ לפי שתי נקודות: $a = \frac{800-0}{50-0} = 16$

הפונקציה $S(t) = 16t$

סעיף ג

לפי הנתון אורכו של רחוב גלילאו הוא 1.4 ק"מ, כלומר 1,400 מטר.

תלמידים יציבו את הנתון לפונקציה ויפתרו את המשוואה: $1400 = 16t$

כעבור 87.5 שניות עופר יסיים את הנסיעה ברחוב גלילאו.

לשיקול דעת של המורה אם לדון עם התלמידים האם ממצא זה הגיוני למציאות לנסיעה במכונית.

ייתכן שמעבר מיחידות של $\frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}}$ לקילומטר לשעה יכול להיות יעיל לדיון זה.

$$1 \left[\frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}} \right] = \frac{1 \text{ ק"מ} \frac{1}{1,000}}{\frac{1}{3,600} \text{ שעה}} = \frac{3,600}{1,000} \left[\frac{\text{ק"מ}}{\text{שעה}} \right] = \frac{18}{5} \left[\frac{\text{ק"מ}}{\text{שעה}} \right] = 3.6 \left[\frac{\text{ק"מ}}{\text{שעה}} \right] \rightarrow 16 \left[\frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}} \right] = 16 \cdot 3.6 \left[\frac{\text{ק"מ}}{\text{שעה}} \right] = 57.6 \left[\frac{\text{ק"מ}}{\text{שעה}} \right]$$

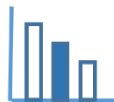
מהירות של 57.6 קמ"ש היא מהירות סבירה לנסיעה ברכב בתנאי כביש עירוני. לכן, עבור מרחק של 1400

מטר, זמן של 87.5 שניות הוא ממצא הגיוני.

סעיף ד

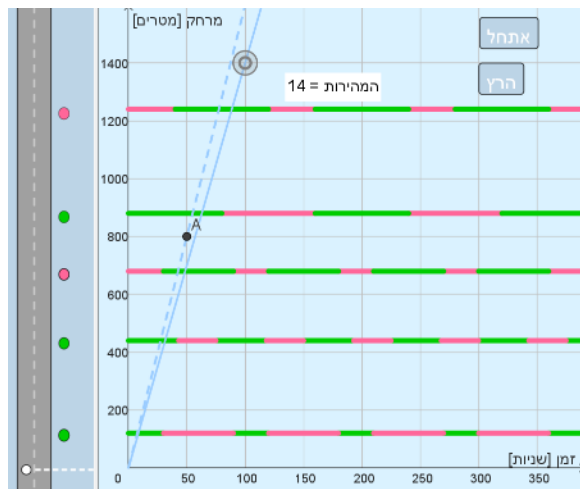
מהתרשים ניתן לראות שעופר עובר בין הרמזורים בדיוק כשהאור ירוק. כלומר, עופר נסע במהירות המתאימה

לגל הירוק (ניתן להיעזר בהדמיה ביישומון).



בעיה 2

כדי לוודא שהטענה של דניאל נכונה יש לסרטט (או להציג ביישומון) קו ישר שמתאים למהירות של 14 $\frac{\text{מטר}}{\text{שנייה}}$.



הנקודה שיכולה להתאים לשיפוע זה הינה (100, 1400)

והנה הגרף:

אפשר לראות שמהירות זאת מבטיחה מעבר של כל חמשת הרמזורים באור ירוק. במקרה ויש התלבטות, ניתן להפעיל את ההדמיה ביישומון.