

מאור

מתמטיקה אוריינית בחטיבת ביניים



רדיוס כדור הארץ

המשימה קיימת ב – 2 רמות



כל הזכויות שמורות ל
לייקין ר. וצוות מאור, אוניברסיטת חיפה

אין להעתיק, לצלם או לשכפל חוברת זו
או קטעים ממנה בשום אמצעי

פרטי התקשרות:

maor@labs.edu.haifa.ac.il

04-8288351



תעודת זהות של המשימה

נושא מתוכנית הלימודים לשילוב המשימה	זוויות מתחלפות בין מקבילים, היקף מעגל
כיתה	ח', ט', י'
זמן נדרש ליישום המשימה (עד 45 דקות)	30-45 דקות
ידע ומיומנויות מתמטיים הנדרשים לפתרון המשימה	 זיהוי זוויות מתחלפות בין מקבילים ושימוש במשפט זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים שוות. ידע של חישוב היקף מעגל.
	 זיהוי זוויות מתחלפות בין מקבילים ושימוש במשפט זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים שוות. ידע של חישוב היקף מעגל.
אוריינות קונטקסטואלית	 הבנת תיאור הניסוי אותו עשה ארטוסטנס כדי למצוא את רדיוס כדור הארץ בעזרת צל של מקל.
	 הבנת תיאור הניסוי אותו עשה ארטוסטנס כדי למצוא את רדיוס כדור הארץ בעזרת צל של מקל.
ידע ומיומנויות שהמשימה יכולה לקדם	המשימה יכולה לקדם את הידע של מציאת אורך של קשת של גזרה כשידועה הזווית של הגזרה. ידע שאורך הצל תלוי ביום, בשעה ובמקום.
הנחיות קצרות לעבודה עם המשימה	- קריאה במליאה של פירוט הידע של ארטוסטנס ותיאור הניסוי שלו. - תלמידים יעבדו בקבוצות ויפתרו את הבעיה/בעיות המוצגות במשימה, כשהם נעזרים ביישומון המצורף. - היישומון מאפשר לתלמידים להבין כיצד ניתן למצוא אורך של קשת של גזרה כשידועה הזווית של הגזרה. - דיון כיתתי בו יציגו תלמידים ויסבירו את דרכי הפתרון שלהם. - בסוף השיעור מומלץ להקרין את הסרטון הקצר (כ 6 דקות) על מדידת רדיוס כדור הארץ בעזרת צל. קישור לסרטון: https://www.youtube.com/watch?v=yDciUtbEqDI

משימה - רדיוס כדור הארץ

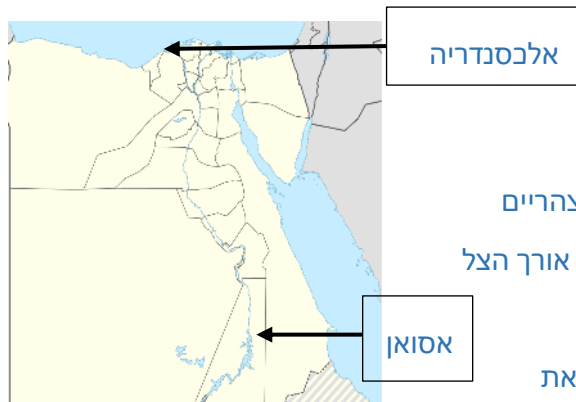
תיאור סיטואציה

ארטוסטנס היה יווני, שחי במאה השלישית לפני הספירה באלכסנדריה שבמצרים. הוא היה ספרן בספרייה העצומה שהייתה באלכסנדריה ונדע גם כמתמטיקאי וכמשורר.

לפני כ-2300 שנה ארטוסטנס הגה ניסוי פשוט, ובעזרת שני מקלות הוא חישב את רדיוס כדור הארץ בדיוק מרשים. כיצד הוא עשה זאת?

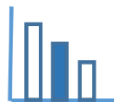
מה ידע ארטוסטנס?

- כדור הארץ הוא עגול.
- בעיר אסואן שבמצרים, ביום הארוך בשנה - 21 ביוני, בשעה 12.00 בצהריים השמש מצויה בדיוק מעל ראשו של הצופה – כלומר מצויה בזניט. משמעות הדבר היא שאם נעמיד מקל בניצב לפני האדמה באסואן, בשעה 12.00 ב-21 ביוני, לא יטיל מקל זה כל צל.
- המרחק בין אסואן לאלכסנדריה שבמצרים הוא כ-925 ק"מ.
- ניתן לדעת את גודל הזווית בין מקל לקרן שמש העוברת דרך קצה המקל על פי היחס בין אורך הצל לאורך של המקל.
- כיוון שקרני השמש מגיעות לכדור הארץ ממרחק גדול מאוד ניתן להתייחס אליהן כמקבילות.



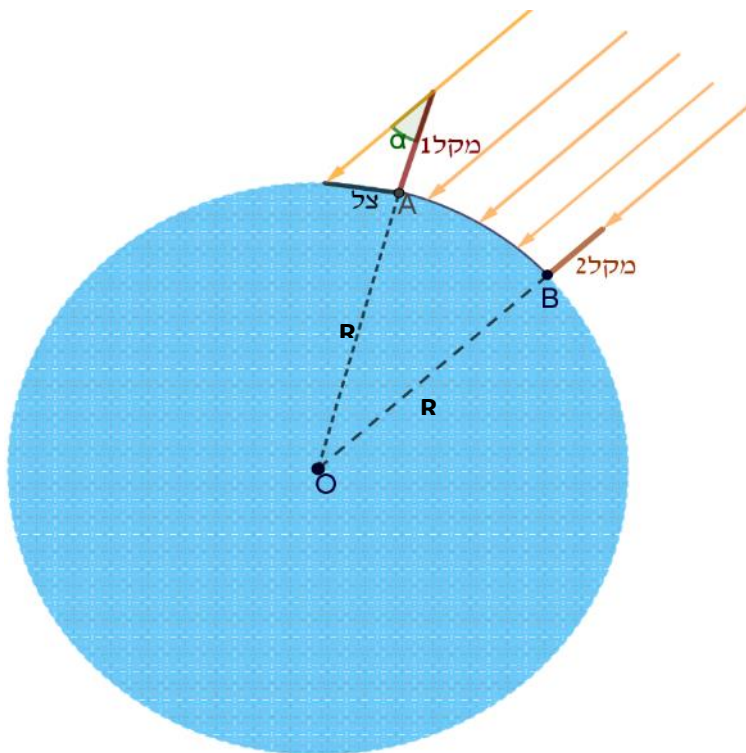
הניסוי

ארטוסטנס היה באלכסנדריה ב-21 ביוני ובשעה 12.00 בצהריים העמיד מקל (בעיר זו השמש אינה נמצאת בזניט) ומדד את אורך הצל של המקל. זווית α שהתקבלה היתה בת 7.2° . על פי ידע זה ארטוסטנס ידע לחשב את היקף כדור הארץ ואת הרדיוס שלו.



פתרו את הבעיה הבאה

- לפניכם סרטוט סכמתי המתאר את הניסוי.
- בסרטוט הנקודה O מייצגת את מרכז כדור הארץ.
- א. זהו בסרטוט היכן מסומנת העיר אסואן והיכן אלכסנדריה.
- ב. איזה חלק בסרטוט מסמן את המרחק בין אסואן לאלכסנדריה.
- ג. מצאו על פי זווית α ועל פי המרחק בין אסואן לאלכסנדריה את היקף כדור הארץ. תוכלו להיעזר ביישומון המצורף.
- ד. חשבו את רדיוס כדור הארץ.
- ה. כיום ידוע כי רדיוס כדור הארץ בקו המשווה הוא 6,378 ק"מ, בכמה אחוזים ארטוסתנס טעה?



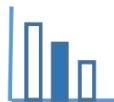
מקורות

<https://he.wikipedia.org/wiki/%D7%90%D7%A8%D7%98%D7%95%D7%A1%D7%AA%D7%A0%D7%A1>

<https://www.space.gov.il/node/131307>

קישור לסרטון:

<https://www.youtube.com/watch?v=yDciUtbEqDI>



פתרונות אפשריים

א. בנקודה A אלכסנדריה, בנקודה B אסואן.

ב. קשת AB (l) מסמנת את המרחק בין אסואן לאלכסנדריה.

ג, ד

$\alpha = \angle O$ זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים (קרני השמש) שוות

$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{l}{2\pi R}$$

$$\frac{7.2^\circ}{360^\circ} = \frac{925}{2\pi R}$$

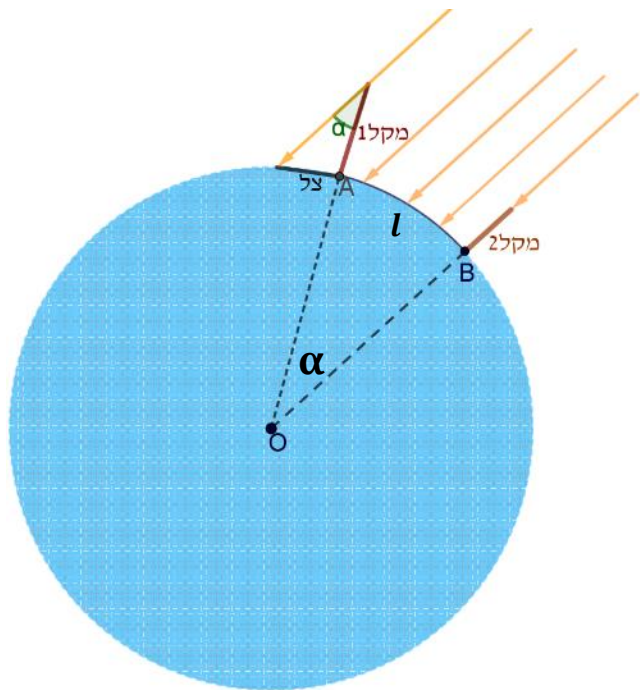
$$\frac{1}{50} = \frac{925}{2\pi R}$$

$$2\pi R = 925 \cdot 50 = 46,250 \text{ ק"מ}$$

$$R = \frac{50 \cdot 925}{2\pi}$$

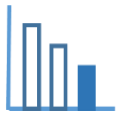
$$R = 7360.9 \text{ ק"מ}$$

$$\frac{7360.9 - 6378}{6378} \cdot 100 = 15.4\% \text{ ה. טעות שווה ל:}$$



שאלות לדיון

- בכיתה י' ניתן לדון בשאלה: כיצד על פי המקל וצילו ניתן לדעת את גודל הזווית בין קרן השמש למקל? (טריגונומטריה)
- בכיתה חזקה ניתן לדון בשאלה: כיצד למדוד את רדיוס כדור הארץ אם השמש אינה נמצאת בזניט באחד המקומות? (ראו סרטון).
- דיון בשאלה: מדוע הטעות של אֶרְטוֹסְתֶנֶס אינה נחשבת לטעות גדולה?
- דיון בשאלה: מה יכולות להיות הסיבות לטעות של אֶרְטוֹסְתֶנֶס?



משימה - רדיוס כדור הארץ

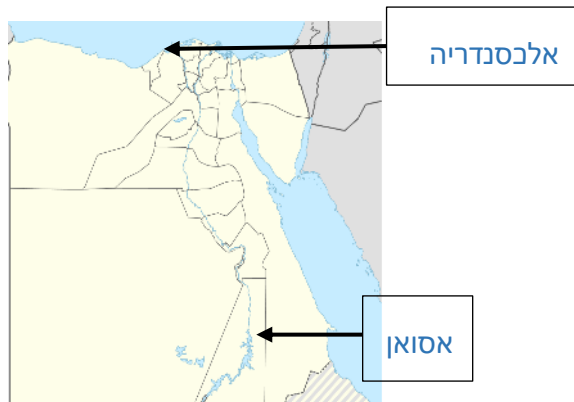
תיאור סיטואציה

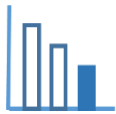
אֶרְטוֹסְטֶנֶס היה יוֹוֹנִי, שחי בִּמְאֵה השלישית לפני הספירה בְּאֶלֶכְסַנְדְּרִיָּה שֶׁבְּמִצְרַיִם. הוא היה סֵפֶרן בְּסִפְרִייה העצומה שהייתה בְּאֶלֶכְסַנְדְּרִיָּה וּנְדַע גם כְּמַתְמָטִיקָאִי וְכַמְשׁוֹר.

לפני כ-2300 שנה ארטוסטנס הגה ניסוי פשוט, ובעזרת שני מקלות הוא חישב את רדיוס כדור הארץ בדיוק מרשים. כיצד הוא עשה זאת?

מה ידע ארטוסטנס?

- כדור הארץ הוא עגול.
- בעיר אסואן שבמצרים, ביום הארוך בשנה - 21 ביוני, בשעה 12.00 בצהריים השמש מצויה בדיוק מעל ראשו של הצופה – כלומר מצויה בזניט. משמעות הדבר היא שאם נעמיד מקל בניצב לפני האדמה באסואן, בשעה 12.00 ב- 21 ביוני, לא יטיל מקל זה כל צל.
- המרחק בין אסואן לאלכסנדריה שבמצרים הוא כ-925 ק"מ.
- ניתן לדעת את גודל הזווית בין מקל לקרן שמש העוברת דרך קצה המקל על פי היחס בין אורך הצל לאורך של המקל.
- כיוון שקרני השמש מגיעות לכדור הארץ ממרחק גדול מאוד ניתן להתייחס אליהן כמקבילות.





פתרו את הבעיה הבאה

לפניכם סרטוט סכמתי המתאר את הניסוי.

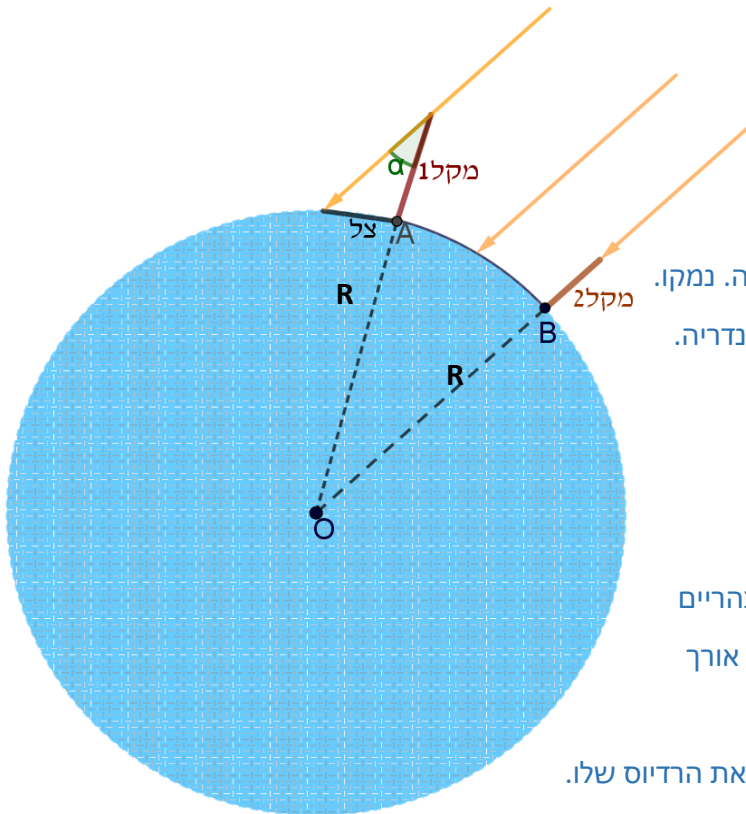
בסרטוט הנקודה O מייצגת את מרכז כדור הארץ.

בעיה 1

א. זהו בסרטוט היכן מסומנת העיר אסואן והיכן אלכסנדריה. נמקו.

ב. איזה חלק בסרטוט מסמן את המרחק בין אסואן לאלכסנדריה.

ג. הסבירו מדוע זווית AOB שווה לזווית α .



תיאור הניסוי

ארטוסתנס היה באלכסנדריה ב 21 ביוני ובשעה 12.00 בצהריים

העמיד מקל (בעיר זו השמש אינה נמצאת בזניט) ומדד את אורך

הצל של המקל. זווית α שהתקבלה היתה בת 7.2° .

על פי ידע זה ארטוסתנס ידע לחשב את היקף כדור הארץ ואת הרדיוס שלו.

בעיה 2

א. אם נחלק את העיגול ל 50 חלקים שווים (בדומה לחלק AOB של המעגל - גזרה בסרטוט הנתון), למה תהיה

שווה הזווית המתאימה לכל חלק?

ב. היעזרו בסעיף קודם וביישומון המצורף ומצאו איזה חלק מהווה המרחק בין אסואן לאלכסנדריה מהיקף כדור

הארץ.

ג. חשבו את היקף כדור הארץ.

ד. חשבו את רדיוס כדור הארץ.

ה. כיום ידוע כי רדיוס כדור הארץ בקו המשווה הוא 6,378 ק"מ, בכמה ק"מ טעה ארטוסתנס?

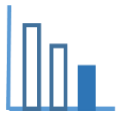
מקורות

<https://he.wikipedia.org/wiki/%D7%90%D7%A8%D7%98%D7%95%D7%A1%D7%AA%D7%A0%D7%A1>

<https://www.space.gov.il/node/131307>

קישור לסרטון:

<https://www.youtube.com/watch?v=yDciUtbEqDI>



פתרונות אפשריים

בעיה 1

- א. בנקודה A נמצאת אלכסנדריה, בנקודה B אסואן.
ב. קשת AB (l) מסמנת את המרחק בין אסואן לאלכסנדריה.
ג. זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים (קרני השמש) שוות.

בעיה 2

א. $\frac{360^\circ}{50} = 7.2^\circ$

ב. $\alpha = 7.2^\circ$

$$\frac{7.2^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{50} = \frac{\text{קשת AB}}{\text{היקף כדור הארץ}}$$

המרחק בין אלכסנדריה לאסואן מהווה $\frac{1}{50}$ מהיקף כדור הארץ.

ג. היקף כדור הארץ:

$$\frac{1}{50} = \frac{925}{2\pi R}$$

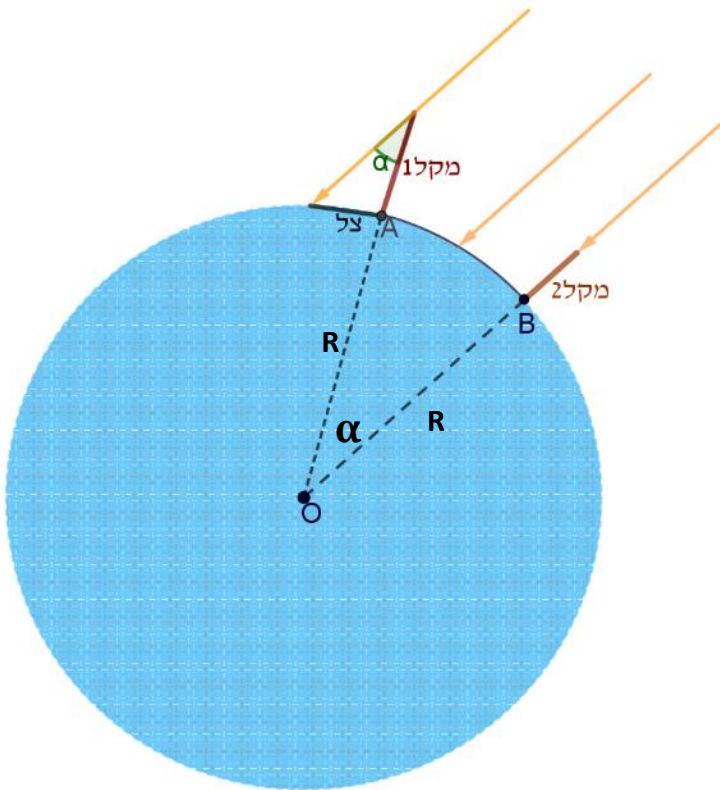
$$2\pi R = 925 \cdot 50 = 46,250 \text{ ק"מ}$$

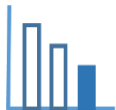
ד. רדיוס כדור הארץ

$$R = \frac{50 \cdot 925}{2\pi}$$

$$R = 7,360.9 \text{ ק"מ}$$

ה. ארטוסטנס טעה ב: $982.9 \text{ ק"מ} = 7,360.9 - 6,378$





שאלות לדין

- בכיתה י' ניתן לדון בשאלה: כיצד על פי המקל וצילו ניתן לדעת את גודל הזווית בין קרן השמש למקל? (טריגונומטריה)
- דיון בשאלה: מדוע הטעות של אֶרְטוֹסְתֶנֶס אינה נחשבת לטעות גדולה?
- דיון בשאלה: מה יכולות להיות הסיבות לטעות של אֶרְטוֹסְתֶנֶס?