

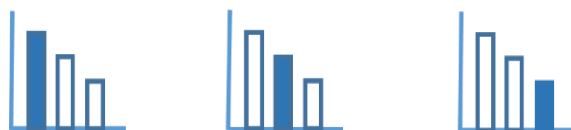
מאור

מתמטיקה אוריינית בחטיבת ביניים



קרש גיהוץ

המשימה קיימת ב – 3 רמות



כל הזכויות שמורות ל
לייקין ר. וצוות מאור, אוניברסיטת חיפה

אין להעתיק, לצלם או לשכפל חוברת זו
או קטעים ממנה בשום אמצעי

פרטי התקשרות:

maor@labs.edu.haifa.ac.il

04-8288351



תעודת זהות של המשימה

נושא מתוכנית הלימודים לשילוב המשימה	דמיון משולשים, משולשים שווים שוקיים, משפט פיתגורס
כיתה	ח', ט', י'
זמן נדרש ליישום המשימה (עד 45 דקות)	45 דקות
ידע ומיומנויות מתמטיים הנדרשים לפתרון המשימה	 דימיון משולשים, משפט פיתגורס, גובה לבסיס במשולש שווה שוקיים
	 דימיון משולשים, משפט פיתגורס, גובה לבסיס במשולש שווה שוקיים
	 דימיון משולשים, משפט פיתגורס, גובה לבסיס במשולש שווה שוקיים
אוריינות קונטקסטואלית	 הבנת המכניזם של הגבהת קרש גיהוץ, בעזרת יישומון המדגים זאת.
	 הבנת המכניזם של הגבהת קרש גיהוץ, בעזרת יישומון המדגים זאת.
	 הבנת המכניזם של הגבהת קרש גיהוץ, בעזרת יישומון המדגים זאת.
ידע ומיומנויות שהמשימה יכולה לקדם	קישור בין הידע המתמטי לבין ההבנה כיצד משנים את הגובה של קרש גיהוץ - אילו נתונים משתנים ואילו לא כתוצאה מהגבהה, כמו: אורך הרגליים של הקרש, היחסים בין חלקי הרגליים של הקרש, הזווית בין רגלי הקרש ועוד
הנחיות קצרות לעבודה עם המשימה	תלמידים יעבדו בקבוצות של 2-4 תלמידים תלמידים יפתרו תחילה את בעיה 1- בעזרת היישומון. דיון כיתתי קצר על בעיה 1. תלמידים יפתרו את בעיה 2. דיון כיתתי בו תלמידים יציגו את דרכי הפתרון שלהם.

משימה - קרש גיהוץ

תיאור סיטואציה

בבית של משפחת אורן נמצא קרש גיהוץ המופיע בתמונות שלפניכם.
בתמונות מצולם קרש גיהוץ בשני מצבים - הגבוה והנמוך:



ניתן לשלוט בגובה של קרש הגיהוץ באמצעות "השיניים" שיש בתחתית הקרש:



כעת "נלביש" על התמונות קווי עזר המתארים בקירוב את הרגליים של קרש הגיהוץ.

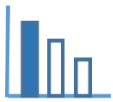
מרווח עליון

חלק קצר
של הרגל

מרווח
תחתון

החלק
המוזד
בצורה
אופקית





פתרו את הבעיה הבאה

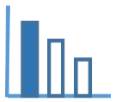
בעיה 1

היעזרו בתמונות המצורפות וביישומון המצורף וקבעו האם הטענות הבאות נכונות/לא נכונות/לא ניתן לקבוע:

טענה	נכונה	לא נכונה	לא ניתן לקבוע
א. כדי להגביה את קרש הגיהוץ יש להקטין את המרווח העליון בין הרגליים של קרש הגיהוץ.			
ב. כאשר מגביהים את קרש הגיהוץ הרגליים של קרש הגיהוץ מתארכות.			
ג. כאשר מגביהים את קרש הגיהוץ אורך החלק העליון הקצר של כל רגל של קרש הגיהוץ אינו משתנה.			
ד. כשמעמידים את קרש הגיהוץ הקרש מקביל לרצפה.			
ה. כאשר מגביהים את הקרש הזווית בין רגלי הקרש אינה משתנה.			
ו. הרגליים של קרש הגיהוץ יוצרות צורות שהן בקירוב משולשים שווים שוקיים.			

בעיה 2

במצב הנמוך של קרש הגיהוץ המרווח העליון בין רגלי הקרש שווה ל 40 ס"מ והמרווח התחתון שווה ל 80 ס"מ. אורך כל רגל הוא 108 ס"מ. גובה קרש הגיהוץ שווה בקירוב ל 90 ס"מ. כדי להגביה את קרש הגיהוץ הקטינו את המרווח העליון ב - 18 ס"מ. מצאו בכמה ס"מ בקירוב הגביהו את קרש הגיהוץ?

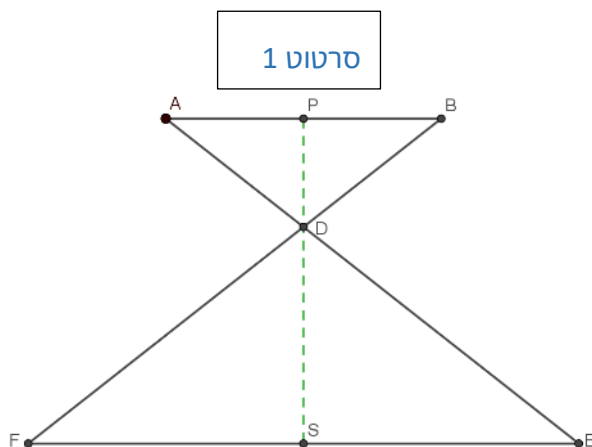


פתרונות אפשריים

בעיה 1

טענה	נכונה	לא נכונה	לא ניתן לקבוע
א. כדי להגביה את קרש הגיהוץ יש להקטין את המרווח העליון בין הרגליים של קרש הגיהוץ.	✓		
ב. כאשר מגביהים את קרש הגיהוץ הרגליים של קרש הגיהוץ מתארכות.		✓	
ג. כאשר מגביהים את קרש הגיהוץ אורך החלק העליון הקצר של כל רגל של קרש הגיהוץ אינו משתנה.	✓		
ד. כשמעמידים את קרש הגיהוץ הקרש מקביל לרצפה.	✓		
ה. כאשר מגביהים את הקרש הזווית בין רגלי הקרש אינה משתנה.		✓	
ו. הרגליים של קרש הגיהוץ יוצרות בערך משולשים שוויוניים.	✓		

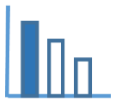
בעיה 2



$$\triangle ABD \sim \triangle FED$$

$$\frac{AD}{DE} = \frac{AB}{FE} = \frac{40}{80} = \frac{1}{2}$$

$$AD = \frac{1}{3}AE = \frac{108}{3} = 36 \text{ ס"מ}$$



אורך הרגליים לא משתנה וכן האורכים של החלק הקצר והחלק הארוך של כל רגל אינם משתנים.

$$AD = KO = 36 \text{ ס"מ}$$

$$\Delta KLO \sim \Delta NMO$$

RT גובה קרש הגיהוץ במצב הגבוה (סרטוט 2)

$$RO = \sqrt{36^2 - \left(\frac{40-18}{2}\right)^2} \sim 34.3 \text{ ס"מ} \quad \Delta KRO \text{ פיתגורס}$$

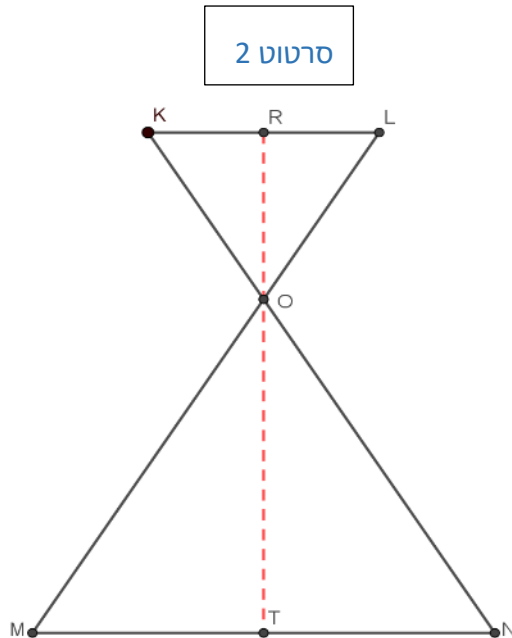
$$\Delta KRO \sim \Delta NTO$$

$$\frac{RO}{TO} = \frac{KO}{NO} = \frac{36}{108 - 36} = \frac{1}{2}$$

$$RT = 34.3 \cdot 3 \sim 102.9 \text{ ס"מ}$$

גובה קרש הגיהוץ לאחר ההגבהה 102.9 ס"מ בקירוב.

גובהו גדל בקירוב ב 12.9 ס"מ.



דרך נוספת

לאחר מציאת RO

$$ON = DE = 108 - 36 = 72 \text{ ס"מ}$$

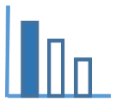
$$\Delta KLO \sim \Delta NMO$$

$$\frac{KO}{NO} = \frac{36}{72} = \frac{KL}{MN} = \frac{40 - 18}{MN}$$

$$MN = 44 \text{ ס"מ}$$

$$OT = \sqrt{72^2 - 22^2} \sim 68.56 \text{ ס"מ} \quad \Delta TNO \text{ פיתגורס}$$

$$RT = 68.56 + 34.3 \sim 102.9 \text{ ס"מ}$$



שאלות לדיון

- האם ישנם נתונים מיותרים בבעיה?
- בכל אחד מהמצבים של קרש הגיהוץ: הנמוך והגבוה, יחס הדמיון בין המשולש העליון שיוצרים רגלי הקרש לבין המשולש התחתון נשמר- מדוע? האם המשולש העליון במצב הנמוך דומה למשולש העליון במצב הגבוה?
- בכיתה י' ניתן לשאול: האם ניתן לפתור את השאלה בגאומטריה אנליטית? (הוספת מערכת צירים).
- בכיתה י' ניתן לשאול: בכמה השתנתה הזווית בין רגלי קרש הגיהוץ כאשר מגביהים אותו (טריגונומטריה).
- ניתן להשוות בין הגבהה והנמכה של קרש גיהוץ, לבין פעולה של פתיחה וסגירה של מספרים.

משימה - קרש גיהוץ

תיאור סיטואציה

בבית של משפחת אורן נמצא קרש גיהוץ המופיע בתמונות שלפניכם.
בתמונות מצולם קרש גיהוץ בשני מצבים - הגבוה והנמוך:



ניתן לשלוט בגובה של קרש הגיהוץ באמצעות "השיניים" שיש בתחתית הקרש:



כעת "נלביש" על התמונות קווי עזר המתארים בקירוב את הרגליים של קרש הגיהוץ.

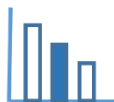
מרווח עליון

חלק קצר
של הרגל

מרווח
תחתון

החלק
המוזד
בצורה
אופקית





פתרו את הבעיה הבאה

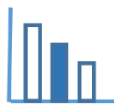
בעיה 1

היעזרו בתמונות המצורפות וביישומון המצורף וקבעו האם הטענות הבאות נכונות/לא נכונות/לא ניתן לקבוע:

טענה	נכונה	לא נכונה	לא ניתן לקבוע
א. כדי להגביה את קרש הגיהוץ יש להקטין את המרווח העליון בין הרגליים של קרש הגיהוץ.			
ב. כאשר מגביהים את קרש הגיהוץ הרגליים של קרש הגיהוץ מתארכות.			
ג. כאשר מגביהים את קרש הגיהוץ אורך החלק העליון הקצר של כל רגל של קרש הגיהוץ אינו משתנה.			
ד. כאשר מעמידים את קרש הגיהוץ הקרש מקביל לרצפה.			
ה. כאשר מגביהים את הקרש הזווית בין רגלי הקרש אינה משתנה.			
ו. הרגליים של קרש הגיהוץ יוצרות צורות שהן בקירוב משולשים שווים שוקיים.			

בעיה 2

- במצב הנמוך של קרש הגיהוץ המרווח העליון בין רגלי הקרש שווה ל 40 ס"מ והמרווח התחתון שווה ל 80 ס"מ.
- אורך כל רגל שווה ל 108 ס"מ. גובה קרש הגיהוץ שווה בערך ל 90 ס"מ.
- כדי להגביה את קרש הגיהוץ הקטינו את המרווח העליון ב - 18 ס"מ.
- א. מצאו למה שווה אורך החלק העליון הקצר של כל רגל בקרש הגיהוץ.
- ב. מצאו למה שווה בערך הגובה של קרש הגיהוץ לאחר שהגביהו אותו.
- ג. מצאו בכמה ס"מ בערך הגביהו את קרש הגיהוץ?

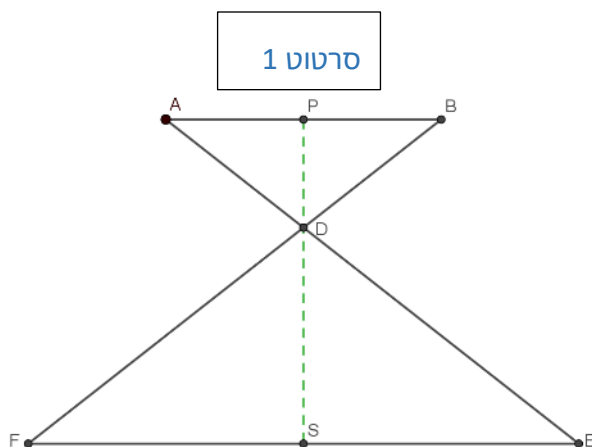


פתרונות אפשריים

בעיה 1

טענה	נכונה	לא נכונה	לא ניתן לקבוע
א. כדי להגביה את קרש הגיהוץ יש להקטין את המרווח העליון בין הרגליים של קרש הגיהוץ.	✓		
ב. כאשר מגביהים את קרש הגיהוץ הרגליים של קרש הגיהוץ מתארכות.		✓	
ג. כאשר מגביהים את קרש הגיהוץ אורך החלק העליון הקצר של כל רגל של קרש הגיהוץ אינו משתנה.	✓		
ד. כשמעמידים את קרש הגיהוץ הקרש מקביל לרצפה.	✓		
ה. כאשר מגביהים את הקרש הזווית בין רגלי הקרש אינה משתנה.		✓	
ו. הרגליים של קרש הגיהוץ יוצרות בערך משולשים שווים שוקיים.	✓		

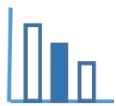
בעיה 2



$$\triangle ABD \sim \triangle EFD$$

$$\frac{AD}{DE} = \frac{AB}{FE} = \frac{40}{80} = \frac{1}{2}$$

$$AD = \frac{1}{3}AE = \frac{108}{3} = 36 \text{ ס"מ}$$



אורך הרגליים לא משתנה וכן האורכים של החלק הקצר והחלק הארוך של כל רגל לא משתנה.

$$AD = KO = 36 \text{ ס"מ}$$

$$\Delta KLO \sim \Delta NMO$$

RT גובה קרש הגיהוץ במצב הגבוה (סרטוט 2)

$$RO = \sqrt{36^2 - \left(\frac{40-18}{2}\right)^2} \sim 34.3 \text{ ס"מ} \quad \Delta KRO$$

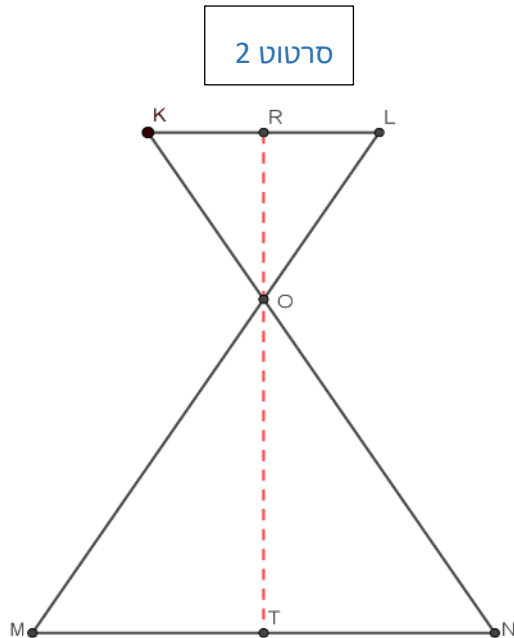
$$\Delta KRO \sim \Delta NTO$$

$$\frac{RO}{TO} = \frac{KO}{NO} = \frac{36}{108 - 36} = \frac{1}{2}$$

$$RT = 34.3 \cdot 3 \sim 102.9 \text{ ס"מ}$$

גובה קרש הגיהוץ לאחר ההגבהה 102.9 ס"מ.

גובהו גדל בקירוב ב 12.9 ס"מ.



דרך נוספת

לאחר מציאת RO

$$ON = DE = 108 - 36 = 72 \text{ ס"מ}$$

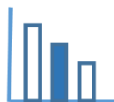
$$\Delta KLO \sim \Delta NMO$$

$$\frac{KO}{NO} = \frac{36}{72} = \frac{KL}{MN} = \frac{40 - 18}{MN}$$

$$MN = 44 \text{ ס"מ}$$

$$OT = \sqrt{72^2 - 22^2} \sim 68.56 \text{ ס"מ} \quad \Delta TNO$$

$$RT = 68.56 + 34.3 \sim 102.9 \text{ ס"מ}$$



שאלות לדיון

- האם ישנם נתונים מיותרים בבעיה?
- בכל אחד מהמצבים של קרש הגיהוץ: הנמוך והגבוה, יחס הדמיון בין המשולש העליון שיוצרים רגלי הקרש לבין המשולש התחתון נשמר- מדוע? האם המשולש העליון במצב הנמוך דומה למשולש העליון במצב הגבוה?
- בכיתה י' ניתן לשאול: האם ניתן לפתור את השאלה בגאומטריה אנליטית? (הוספת מערכת צירים).
- בכיתה י' ניתן לשאול: בכמה השתנתה הזווית בין רגלי קרש הגיהוץ כאשר מגביהים אותו (טריגונומטריה).
- ניתן להשוות בין הגבהה והנמכה של קרש גיהוץ, לבין פעולה של פתיחה וסגירה של מספרים.

משימה - קרש גיהוץ

תיאור סיטואציה

בבית של משפחת אורן נמצא קרש גיהוץ המופיע בתמונות שלפניכם.
בתמונות מצולם קרש גיהוץ בשני מצבים - הגבוה והנמוך:



ניתן לשלוט בגובה של קרש הגיהוץ באמצעות "השיניים" שיש בתחתית הקרש:



כעת "נלביש" על התמונות קווי עזר המתארים בקירוב את הרגליים של קרש הגיהוץ.

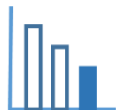
מרווח עליון

חלק קצר
של הרגל

מרווח
תחתון

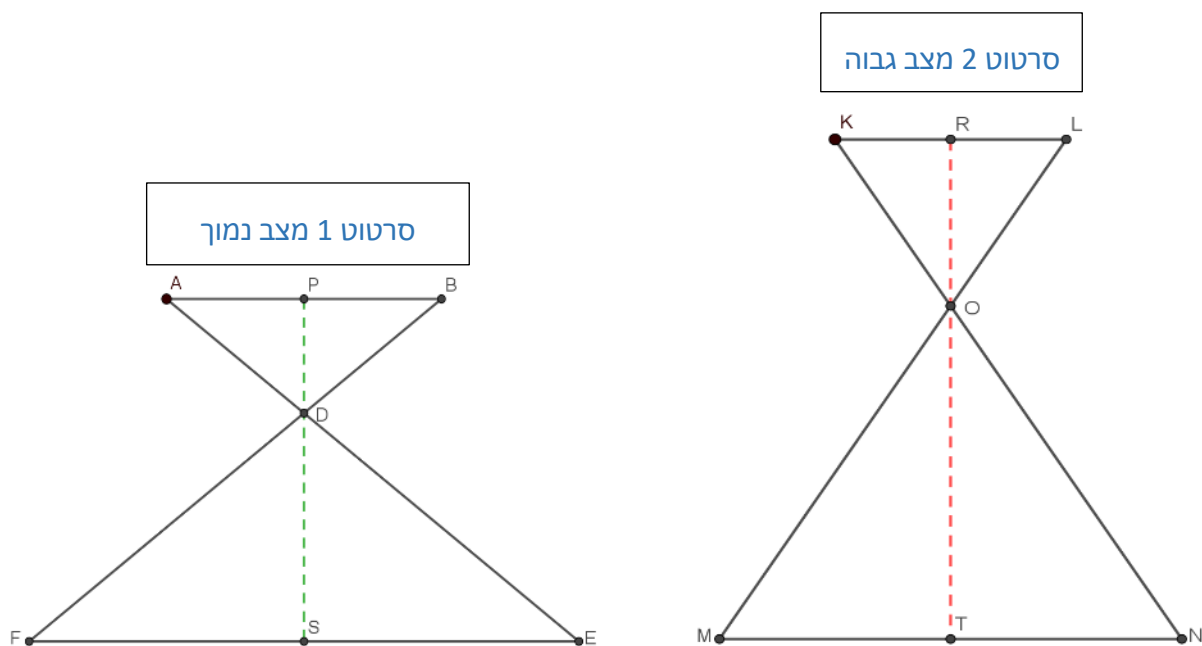
החלק
המוזד
בצורה
אופקית



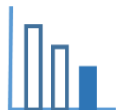


פתרו את הבעיה הבאה

לפניכם סרטוטים סכמתיים של הרגליים של קרש הגיהוץ בשני מצבים:



במצב הנמוך של קרש הגיהוץ המרווח העליון בין רגלי הקרש שווה ל 40 ס"מ והמרווח התחתון שווה ל 80 ס"מ.
החלק הקצר של כל רגל שווה ל 36 ס"מ והארוך ל 72 ס"מ. גובה קרש הגיהוץ שווה בערך 90 ס"מ.
כדי להגביה את קרש הגיהוץ הקטינו את המרווח העליון בין רגלי הקרש ב - 18 ס"מ.



א. היעזרו בתמונות המצורפות וביישומון המצורף וקבעו האם הטענות הבאות נכונות או לא נכונות:

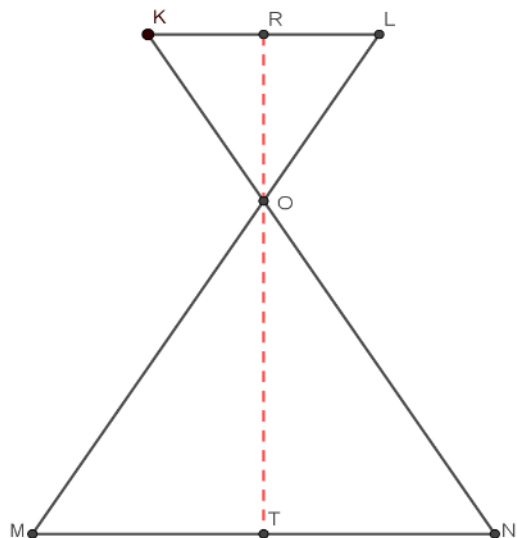
טענה	נכונה	לא נכונה
1) כשמעמידים את קרש הגיהוץ הקרש מקביל לרצפה.		
2) כאשר הגביו את קרש הגיהוץ הרגליים של קרש הגיהוץ התארכו.		
3) כאשר הגביו את קרש הגיהוץ אורך החלק העליון הקצר של כל רגל של קרש הגיהוץ נשאר שווה ל 36 ס"מ.		
4) כאשר הגביו את קרש הגיהוץ המרווח העליון בין רגלי הקרש היה שווה ל 58 ס"מ.		
5) כאשר הגביו את קרש הגיהוץ המרווח התחתון בין רגלי הקרש היה שווה ל 44 ס"מ.		

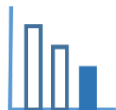
ב. הרגליים של קרש הגיהוץ יוצרות בקירוב משולשים שווים שוקיים.

היעזרו בתשובותיכם לסעיף א, וחשבו בקירוב את גובה קרש

הגיהוץ במצבו הגבוה (RT).

סרטוט 2 במצב הגבוה





פתרונות אפשריים

סעיף א

טענה	נכונה	לא נכונה
(1) כשמעמידים את קרש הגיהוץ הקרש מקביל לרצפה.	✓	
(2) כאשר הגביו את קרש הגיהוץ הרגליים של קרש הגיהוץ התארכו.		✓
(3) כאשר הגביו את קרש הגיהוץ אורך החלק העליון הקצר של כל רגל של קרש הגיהוץ נשאר שווה ל 36 ס"מ.	✓	
(4) כאשר הגביו את קרש הגיהוץ המפתח העליון בין רגלי הקרש היה שווה ל 58 ס"מ.		✓
(5) כאשר הגביו את קרש הגיהוץ המפתח התחתון בין רגלי הקרש היה שווה ל 44 ס"מ. (יש צורך להיעזר במשולשים דומים וביחס הדמיון כדי לחשב ולהגיע לתשובה)	✓	

סעיף ב

(להיעזר בטענות 2, 3, 5 בטבלה בסעיף א)

RT גובה קרש הגיהוץ במצב הגבוה

$$KR = RL = \frac{40 - 18}{2} = 11 \text{ ס"מ}$$

פיתגורס ΔKRO

$$RO = \sqrt{36^2 - 11^2} \sim 34.3 \text{ ס"מ}$$

$$MT = TN = \frac{44}{2} = 22 \text{ ס"מ}$$

פיתגורס ΔMTO

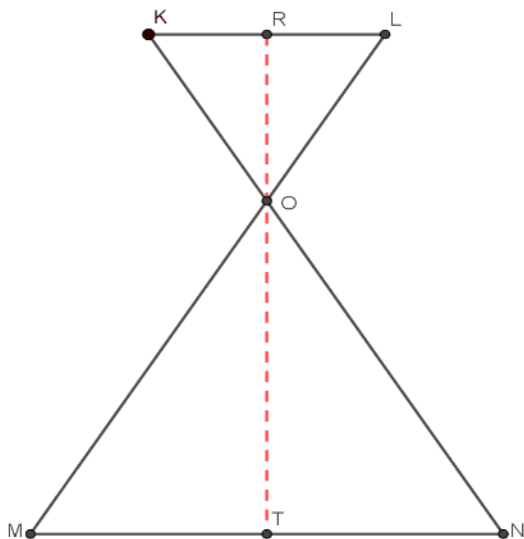
$$TO = \sqrt{72^2 - 22^2} \sim 68.56 \text{ ס"מ}$$

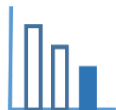
$$RT \sim 102.86 \text{ ס"מ}$$

גובה קרש הגיהוץ לאחר שהגביו אותו

שווה בערך ל 102.86 ס"מ

סרטוט 2 במצב הגבוה





שאלות לדיון

- האם ישנם נתונים מיותרים בבעיה?
- בכל אחד מהמצבים של קרש הגיהוץ: הנמוך והגבוה, יחס הדמיון בין המשולש העליון שיוצרים רגלי הקרש לבין המשולש התחתון נשמר - מדוע? האם המשולש העליון במצב הנמוך דומה למשולש העליון במצב הגבוה?
- בכיתה י' ניתן לשאול: האם ניתן לפתור את השאלה בגאומטריה אנליטית? (הוספת מערכת צירים).
- בכיתה י' ניתן לשאול: בכמה השתנתה הזווית בין רגלי קרש הגיהוץ כאשר מגביהים אותו (טריגונומטריה).
- ניתן להשוות בין הגבהה והנמכה של קרש גיהוץ, לבין פעולה של פתיחה וסגירה של מספרים.