

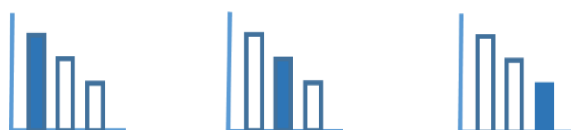
מאור

מתמטיקה אוריינית בחטיבת ביניים



מספר קטעים

המשימה קיימת ב – 3 רמות



כל הזכויות שמורות ל
לייקין ר. וצוות מאור, אוניברסיטת חיפה

אין להעתיק, לצלם או לשכפל חוברת זו
או קטעים ממנה בשום אמצעי

פרטי התקשרות:

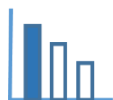
maor@labs.edu.haifa.ac.il

04-8288351



תעודת זהות של המשימה

נושא מתוכנית הלימודים לשילוב המשימה		בניית ביטוי אלגברי (ללא פישוט ביטויים).
כיתה		ח', ט'
זמן נדרש ליישום המשימה (עד 45 דקות)		עד 45 דקות
ידע ומיומנויות מתמטיים הנדרשים לפתרון המשימה		ביטוי אלגברי, קטע
		ביטוי אלגברי, קטע
		ביטוי אלגברי, קטע, מצולע
אוריינות קונטקסטואלית		הכרות וחיזוק של גישה עצמאית לחקירה, להסקת מסקנות, להכללות.
		הכרות וחיזוק של גישה עצמאית לחקירה, להסקת מסקנות, להכללות.
		הכרות וחיזוק של גישה עצמאית לחקירה, להסקת מסקנות, להכללות.
ידע ומיומנויות שהמשימה יכולה לקדם		- מעבר מביטוי חשבוני בעל ערך מספרי לביטוי אלגברי. - הבנת המשמעות של ביטויים אלגבריים שווים. - לפתח את היכולת של התלמיד לקשר בין חשיבה על דרך פתרון מסוימת לבין תרגיל חשבוני או ביטוי אלגברי.
הנחיות קצרות לעבודה עם המשימה		



משימה - מספר קטעים

פתרו את הבעיה הבאה



שתי נקודות במישור מגדירות קטע אחד:



שלוש נקודות במישור מגדירות שלושה קטעים:

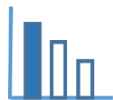
נשנה את מספר הנקודות במישור.

לכל אחד מהמצבים, מצאו כמה קטעים יוגדרו על ידי נקודות אלו.

השלימו את הטבלה הבאה:

מספר נקודות במישור	1	2	3	4	5	6	10	20	n
מספר קטעים	0	1	3						

הסבירו את תשובתכם בדרכים שונות.



פתרונות אפשריים

דרך א':

מעבירים מכל נקודה במישור חיצים לכל שאר $(n - 1)$ הנקודות. כך מקבלים $n(n - 1)$ חיצים. יש לשים לב שלכל קטע מתאימים 2 חיצים בכיוונים נגדיים, לכן, מספר הקטעים שווה למחצית מספר החיצים.

כלומר, מספר הקטעים הוא $\frac{(n-1)n}{2}$.

דרך ב':

מסמנים את הנקודות במישור באופן שיטתי אחת אחרי השנייה.

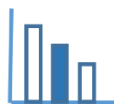
אחרי סימון שתי הנקודות הראשונות מקבלים קטע אחד.

הנקודה השלישית מגדירה במישור 2 קטעים נוספים (בינה לבין שתי הנקודות שסומנו קודם).

הנקודה הרביעית מגדירה 3 קטעים חדשים וכך הלאה, ...

הנקודה ה- n מוסיפה $(n - 1)$ קטעים חדשים (בינה לבין כל אחת מ- $(n - 1)$ הנקודות שסומנו קודם).

לכן, סה"כ מספר הקטעים במישור הוא: $1 + 2 + \dots + (n - 1) = \frac{(n-1)n}{2}$



משימה - מספר קטעים

פתרו את הבעיה הבאה

שתי נקודות מגדירות קטע אחד:



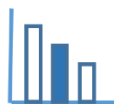
שלוש נקודות על ישר אחד מגדירות שלושה קטעים:



נשנה את מספר הנקודות הנמצאות על ישר אחד.
לכל אחד מהמצבים, מצאו כמה קטעים יוגדרו על ידי נקודות אלו.
השלימו את הטבלה הבאה:

מספר נקודות	1	2	3	4	5	6	10	20	n
מספר קטעים	0	1	3						

הסבירו את תשובתכם בדרכים שונות.



פתרונות אפשריים

דרך א':

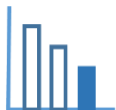
- הזיזו את הנקודות על הישר, כך שהמרחקים בין כל שתי נקודות שכנות יהיו שווים זה לזה (למשל, כל מרחק יהיה שווה ל-1 ס"מ). האם זה משפיע על התשובה?
- מהו מספר הקטעים, שאורך כל אחד מהם 1 ס"מ, מוגדרים על ידי n נקודות, במקרה שהנקודות מסודרות כאמור במשימה? (ניתן להתייחס למקרה פרטי, למשל $n = 6$)
- כמה קטעים, שאורך כל אחד מהם 2 ס"מ, מוגדרים על ידי n נקודות כאלה?
- מהו אורך הקטע הגדול ביותר?
- כמה קטעים מתקבלים על הישר בסה"כ?

דרך ב':

- סמנו על הישר שתי נקודות בלבד. כמה קטעים מתקבלים?
- הוסיפו נקודה שלישית. כמה קטעים "חדשים" נוספים? מי הם הקטעים?
- כמה קטעים חדשים מתקבלים אחרי סימון הנקודה הרביעית, החמישית... העשירית?
- כמה קטעים חדשים נוספים אחרי סימון הנקודה ה- n -ית?
- כמה קטעים בסה"כ, מתקבלים על הישר, אחרי סימון n נקודות?

דרך ג':

- העבירו חץ, מכל אחת מ- n הנקודות המסומנות על הישר, לכל שאר נקודות. כמה חיצים מתקבלים בסה"כ?
- כמה חיצים מתאימים לכל קטע?
- מהו הקשר בין מספר החיצים לבין מספר הקטעים?
- מהו המספר הכולל של הקטעים?



משימה - מספר קטעים

פתרו את הבעיה הבאה

שתי נקודות מגדירות קטע אחד:



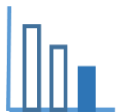
שלוש נקודות על ישר אחד מגדירות שלושה קטעים:



נשנה את מספר הנקודות הנמצאות על ישר אחד.
לכל אחד מהמצבים, מצאו כמה קטעים יוגדרו על ידי נקודות אלו.
השלימו את הטבלה הבאה:

20	10	6	5	4	3	2	1	מספר נקודות
					3	1	0	מספר קטעים

הסבירו את תשובתכם בדרכים שונות.



פתרונות אפשריים

דרך א':

- הזיזו את הנקודות על הישר, כך שהמרחקים בין כל שתי נקודות שכנות יהיו שווים זה לזה (למשל, כל מרחק יהיה שווה ל-1 ס"מ). האם זה משפיע על התשובה?
- מהו מספר הקטעים, שאורך כל אחד מהם 1 ס"מ, מוגדרים על ידי n נקודות, במקרה שהנקודות מסודרות כאמור במשימה? (ניתן להתייחס למקרה פרטי, למשל $n = 6$)
- כמה קטעים, שאורך כל אחד מהם 2 ס"מ, מוגדרים על ידי n נקודות כאלה?
- מהו אורך הקטע הגדול ביותר?
- כמה קטעים מתקבלים על הישר בסה"כ?

דרך ב':

- סמנו על הישר שתי נקודות בלבד. כמה קטעים מתקבלים?
- הוסיפו נקודה שלישית. כמה קטעים "חדשים" נוספים? מי הם הקטעים?
- כמה קטעים חדשים מתקבלים אחרי סימון הנקודה הרביעית, החמישית... העשירית?
- כמה קטעים חדשים נוספים אחרי סימון הנקודה ה-20?
- כמה קטעים בסה"כ, מתקבלים על הישר, אחרי סימון 20 נקודות?

דרך ג':

- העבירו חץ, מכל נקודה המסומנת על הישר, לכל שאר נקודות. כמה חיצים מתקבלים בסה"כ?
- כמה חיצים מתאימים לכל קטע?
- מהו הקשר בין מספר החיצים לבין מספר הקטעים?
- מהו המספר הכולל של הקטעים?