

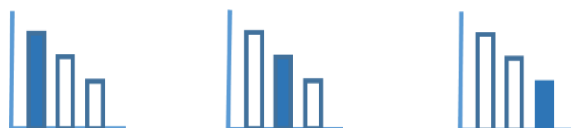
מאור

מתמטיקה אוריינית בחטיבת ביניים



כוסות חד-פעמיות

המשימה קיימת ב – 3 רמות



כל הזכויות שמורות ל
לייקין ר. וצוות מאור, אוניברסיטת חיפה

אין להעתיק, לצלם או לשכפל חוברת זו
או קטעים ממנה בשום אמצעי

פרטי התקשרות:

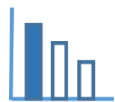
maor@labs.edu.haifa.ac.il

04-8288351



תעודת זהות של המשימה

נושא מתוכנית הלימודים לשילוב המשימה בעיות מילוליות, מערכת משוואות בשני משתנים, מציאת חוקיות וסדרות של מספרים, משפט פיתגורס	
כיתה ז' (ללא סעיף ב' בגרסת מתקדמים), ח'	
זמן נדרש ליישום המשימה (עד 45 דקות) 30-45 דקות	
ידע ומיומנויות מתמטיים הנדרשים לפתרון המשימה פתרון בעיות מילוליות, מציאת חוקיות, הרכבה ופתרון של מערכת שתי משוואות עם שני משתנים, ישנה אפשרות גם לפתרון עם משוואה אחת. פתרון בעיות מילוליות, מציאת חוקיות, הרכבה ופתרון של מערכת שתי משוואות עם שני נעלמים, ישנה אפשרות גם לפתרון עם משוואה אחת. פתרון בעיות מילוליות, מציאת חוקיות, הרכבה ופתרון של מערכת שתי משוואות עם שני נעלמים, ישנה אפשרות גם לפתרון עם משוואה אחת. משפט פיתגורס	  
אוריינות קונטקסטואלית הבנת מבנה של ערמת כוסות חד פעמיות המונחות אחת בתוך השניה. הבנת מבנה של ערמת כוסות חד פעמיות המונחות אחת בתוך השניה. כיצד ניתן להניח ערמת כוסות על מדף בארונית. הבנת מבנה של ערמת כוסות חד פעמיות המונחות אחת בתוך השניה. כיצד ניתן להניח ערמת כוסות על מדף בארונית.	  
ידע ומיומנויות שהמשימה יכולה לקדם העמקה בפתרון בעיות מילוליות העמקה במציאת חוקיות וסדרות של מספרים	
הנחיות קצרות לעבודה עם המשימה תלמידים יעבדו בקבוצות של 2-3 תלמידים. לאחר סעיף א רצוי לקיים דיון בו תלמידים יציעו את דרכי הפתרון שלהם, אח"כ ימשיכו לסעיפים ב ו ג. אפשרות אחרת: סעיפים ב ו/א ג יינתנו כשיעורי בית. רצוי להביא לכיתה, לשם המחשה, כוסות חד פעמיות.	



משימה: כוסות חד-פעמיות

פתרו את הבעיה הבאה

6 כוסות חד-פעמיות זהות מסודרות זו בתוך זו ויוצרות ערמה בגובה 12 ס"מ (ראו תמונה מצורפת).

9 כוסות חד-פעמיות זהות מאותו סוג יוצרות ערמה בגובה 13.5 ס"מ.

א. מה יהיה הגובה של ערמה של 50 כוסות כאלה? פרטו חישוביכם.

ב. במשרד גדול קנו ערמה (שרוול) של 50 כוסות חד-פעמיות זהות לאלה שבתמונה.*

הקוטר של הפתח של כל כוס הוא 8 ס"מ.

במשרד ישנה ארונית ובה מדפים בצורת ריבוע. אורך צלע של כל מדף הוא 30 ס"מ. המרחק בין מדף למדף הוא 25 ס"מ.

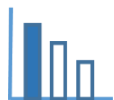
האם ניתן להניח בשכיבה את ערמת הכוסות על המדף, ללא צורך לפרק אותה? נמקו.

ג. מה המספר הקטן ביותר של כוסות שיש להוציא מערמת 50 הכוסות, כדי שניתן יהיה להעמיד את הכוסות הנותרות על המדף? נמקו.



* רצוי לצמצם ככל האפשר את השתייה מכוסות חד-פעמיות כיוון ששימוש בהן עלול להזיק לבריאות.

נוסף לכך כוסות חד-פעמיות לא ניתנות למחזור ולכן תורמות לזיהום כדור הארץ.



פתרונות אפשריים

סעיף א

דרך א

x : גובה כוס אחת בס"מ

y : גודל מרווח אחד בין הכוסות בס"מ (רווח מורכב מפס לבן וחום)

מערכת משוואות:

$$\begin{cases} x + (6 - 1)y = 12 \\ x + (9 - 1)y = 13.5 \end{cases}$$

$$x = 0.5 \text{ ס"מ}, y = 9.5 \text{ ס"מ}$$

הגובה של ערמה של 50 כוסות יהיה: $9.5 + 49 \cdot 0.5 = 34 \text{ ס"מ}$

דרך ב

ההפרש בגובה הערמות של הכוסות שווה ל 1.5 ס"מ.

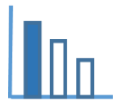
ההפרש בגובה נובע מכך שבערמה הגבוהה ישנם 3 מרווחים בין הכוסות (פסים לבן/חום) יותר מאשר בערמה הנמוכה.

לכן כל מרווח כזה גודלו 0.5 ס"מ.

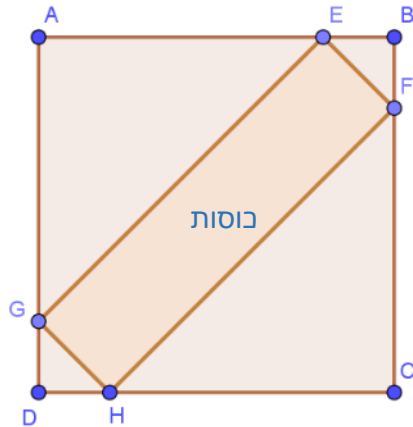
$$x + (6 - 1) \cdot 0.5 = 12$$

$$x = 9.5 \text{ ס"מ}$$

ולכן הגובה של ערמת 50 הכוסות יהיה: $9.5 + 49 \cdot 0.5 = 34 \text{ ס"מ}$



סעיף ב



גובה ערמת 50 הכוסות הוא: 34 ס"מ

8 ס"מ = EF (קוטר הפתח העליון של כוס).

מלבן EFGH תוחם את ערמת 50 הכוסות.

נסמן: $EB = BF = a$

$$2a^2 = 64$$

$$a = 5.66 \text{ ס"מ}$$

$$FC = HC = 24.34 \text{ ס"מ}$$

$$HF = \sqrt{2 \cdot 24.34^2} = 34.42 \text{ ס"מ} > 34 \text{ ס"מ}$$

ניתן למקם את ערמת 50 הכוסות באלכסון.

סעיף ג

דרך א

k : מספר הכוסות שיישארו בערמה

$$9.5 + (k - 1) \cdot 0.5 = 25$$

$$k = 32$$

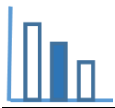
יש להוציא 18 כוסות כדי שניתן יהיה להעמיד את ערמת הכוסות הנותרים על המדף.

דרך ב

34 ס"מ הוא גובה ערמת 50 הכוסות. גובה הערמה הרצוי, כדי שיתאים למרחק בין המדפים הוא 25 ס"מ.

הפרש בגובה הוא של 9 ס"מ. הפרש זה נובע מהמרווחים בין הכוסות. גודל כל מרווח 0.5 ס"מ.

$$18 = 0.5 : 9. \text{ לכן יש להוציא 18 כוסות מהערמה.}$$



משימה: כוסות חד-פעמיות

פתרו את הבעיה הבאה

6 כוסות חד-פעמיות זהות מסודרות זו בתוך זו ויוצרות ערמה בגובה 12 ס"מ (ראו תמונה מצורפת).

9 כוסות חד-פעמיות זהות מאותו סוג יוצרות ערמה בגובה 13.5 ס"מ.

א. מה יהיה הגובה של ערמה של 50 כוסות כאלה? פרטו חישוביכם.

ב. במשרד גדול קנו ערמה (שרוול) של 50 כוסות חד-פעמיות זהות לאלה שבתמונה.*

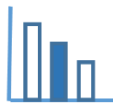
במשרד ישנו ארון ובו מדפים. המרחק בין מדף למדף הוא 25 ס"מ.

מה המספר הקטן ביותר של כוסות שיש להוציא מערמת 50 הכוסות, כדי שניתן יהיה להעמיד את הכוסות הנותרות על המדף? נמקו.



* רצוי לצמצם ככל האפשר את השתייה מכוסות חד-פעמיות כיוון ששימוש בהן עלול להזיק לבריאות.

נוסף לכך כוסות חד-פעמיות לא ניתנות למחזור ולכן תורמות לזיהום כדור הארץ.



פתרונות אפשריים

סעיף א

דרך א

x : גובה כוס אחת בס"מ

y : גודל מרווח אחד בין הכוסות בס"מ (רווח מורכב מפס לבן וחום)

מערכת משוואות:

$$\begin{cases} x + (6 - 1)y = 12 \\ x + (9 - 1)y = 13.5 \end{cases}$$

$x = 9.5$ ס"מ, $y = 0.5$ ס"מ

הגובה של ערמה של 50 כוסות יהיה: 34 ס"מ $= 9.5 + 49 \cdot 0.5$

דרך ב

ההפרש בגובה הערמות של הכוסות שווה ל 1.5 ס"מ.

ההפרש בגובה נובע מכך שבערמה הגבוהה ישנם 3 מרווחים בין הכוסות (פסים לבן/חום) יותר מאשר בערמה הנמוכה.

לכן כל מרווח כזה גודלו 0.5 ס"מ.

$$x + (6 - 1) \cdot 0.5 = 12$$

$$x = 9.5 \text{ ס"מ}$$

ולכן הגובה של ערמת 50 הכוסות יהיה: 34 ס"מ $= 9.5 + 49 \cdot 0.5$

סעיף ב

דרך א

k : מספר הכוסות שיישארו בערמה

$$9.5 + (k - 1) \cdot 0.5 = 25$$

$$k = 32$$

יש להוציא 18 כוסות כדי שניתן יהיה להעמיד את ערמת הכוסות הנותרים על המדף.

דרך ב

34 ס"מ הוא גובה ערמת 50 הכוסות. גובה הערמה הרצוי, כדי שיתאים למרחק בין המדפים הוא 25 ס"מ.

ההפרש בגובה הוא של 9 ס"מ. הפרש זה נובע מהמרווחים בין הכוסות. גודל כל מרווח 0.5 ס"מ.

$18 = 0.5 : 9$. לכן יש להוציא 18 כוסות מהערמה.

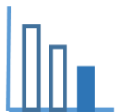
משימה: כוסות חד-פעמיות

פתרו את הבעיה הבאה

- א. בתמונה המצורפת שתי ערמות של כוסות חד-פעמיות זהות מסודרות זו בתוך זו. *
- בערמה אחת 3 כוסות ובערמה השנייה 6 כוסות.
- גובה כל כוס 8.5 ס"מ. גובה הערמה שבה 6 כוסות הוא 9.75 ס"מ. (ראו תמונה מצורפת)
- מצאו את גובה הערמה שבה 3 כוסות. פרטו חישוביכם.



- * רצוי לצמצם ככל האפשר את השתייה מכוסות חד-פעמיות כיוון ששימוש בהן עלול להזיק לבריאות.
- נוסף לכך כוסות חד-פעמיות לא ניתנות למחזור ולכן תורמות לזיהום כדור הארץ.



ב. בסעיף זה נתונות שתי ערמות של כוסות חד-פעמיות שונות מאלה שבסעיף א, כפי שרואים בתמונה הבאה:



6 כוסות חד-פעמיות זהות מסודרות זו בתוך זו ויוצרות ערמה בגובה 12 ס"מ (ראו תמונה מצורפת).

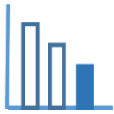
9 כוסות חד-פעמיות זהות מאותו סוג יוצרות ערמה בגובה 13.5 ס"מ.

1. מהו הגובה של כל כוס?

2. מהו גודל כל מרווח בין הכוסות?

3. מה יהיה הגובה של ערמה של 50 כוסות כאלה?

בכל סעיף פרטו חישוביכם.



פתרונות אפשריים

סעיף א

גובה ערמת 6 הכוסות הוא ס"מ 9.75, והוא מורכב מגובה הכוס (ס"מ 8.5) ומ 5 מרווחים.

$$\frac{9.75 - 8.5}{5} = 0.25 \text{ ס"מ} \quad \text{לכן הגודל של כל מרווח הוא:}$$

גובה ערמת 3 הכוסות מורכב מגובה הכוס ומ 2 מרווחים, לכן גובהה: $8.5 + 2 \cdot 0.25 = 9 \text{ ס"מ}$

סעיף ב

דרך א

x : גובה כוס אחת בס"מ

y : גודל רווח אחד בין הכוסות בס"מ (רווח מורכב מפס לבן וחום)

מערכת משוואות:

$$\begin{cases} x + (6 - 1)y = 12 \\ x + (9 - 1)y = 13.5 \end{cases}$$

$$x = 0.5 \text{ ס"מ}, y = 9.5 \text{ ס"מ}$$

1. גובה כל כוס 0.5 ס"מ

2. גודל כל מרווח בין הכוסות 9.5 ס"מ

3. הגובה של ערמה של 50 כוסות יהיה: $9.5 + 49 \cdot 0.5 = 34 \text{ ס"מ}$

דרך ב

ההפרש בגובה הערמות של הכוסות שווה ל 1.5 ס"מ.

ההפרש בגובה נובע מכך שבערמה הגבוהה ישנם 3 מרווחים בין הכוסות (פסים לבן/חום) יותר מאשר בערמה הנמוכה.

לכן כל מרווח כזה גודלו 0.5 ס"מ.

$$x + (6 - 1) \cdot 0.5 = 12$$

$$x = 9.5 \text{ ס"מ}$$

1. גובה כל כוס 9.5 ס"מ

2. גודל כל מרווח בין הכוסות 0.5 ס"מ

3. הגובה של ערמה של 50 כוסות יהיה: $9.5 + 49 \cdot 0.5 = 34 \text{ ס"מ}$