

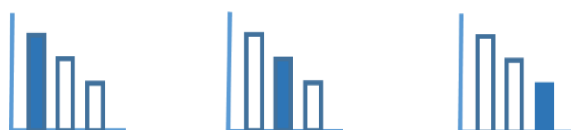
מאור

מתמטיקה אוריינית בחטיבת ביניים



הפרש ריבועים

המשימה מתאימה לכל הרמות



כל הזכויות שמורות ל
לייקין ר. וצוות מאור, אוניברסיטת חיפה

אין להעתיק, לצלם או לשכפל חוברת זו
או קטעים ממנה בשום אמצעי

פרטי התקשרות:

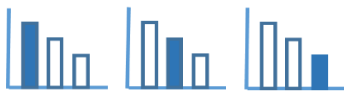
maor@labs.edu.haifa.ac.il

04-8288351



תעודת זהות של המשימה

נושא מתוכנית הלימודים לשילוב המשימה	נוסחאות הכפל המקוצר
כיתה	ט'
זמן נדרש ליישום המשימה (עד 45 דקות)	עד 45 דקות
ידע ומיומנויות מתמטיים הנדרשים לפתרון המשימה	• תכונות של מספרים שלמים. • מספרים עוקבים. • נוסחאות כפל מקוצר.
אוריינות קונטקסטואלית	דרכים שונות לפתרון
ידע ומיומנויות שהמשימה יכולה לקדם	• תכונות של מספרים עוקבים • יכולת לפתור בדרכים שונות ובייצוגים שונים.
הנחיות קצרות לעבודה עם המשימה	ניתן לבחור דרכים בהתאם לרמת הכיתה



משימה - הפרש ריבועים

פתרו את הבעיה הבאה

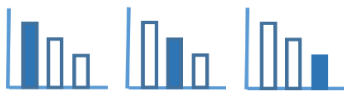
לפניכם שלוש דוגמאות של הפרש ריבועים של מספרים עוקבים:

$$3^2 - 2^2 = 5$$

$$6^2 - 5^2 = 11$$

$$11^2 - 10^2 = 21$$

הסיקו מסקנות לגבי הפרש ריבועים של מספרים עוקבים והוכיחו אותן בדרכים שונות.



פתרונות אפשריים

מסקנה I: הפרש הריבועים של מספרים עוקבים, הוא סכום המספרים העוקבים.

מסקנה II: הפרש הריבועים של מספרים עוקבים, הוא מספר אי זוגי.

דרכים שונות להסבר:

דרך א'

בין שני מספרים עוקבים, אחד מהם זוגי והשני אי זוגי.

ריבוע של מספר זוגי, הוא מספר זוגי.

ריבוע של מספר אי זוגי, הוא מספר אי זוגי.

והפרש בין שני מספרים, שהאחד זוגי והשני אי זוגי, הוא תמיד אי זוגי.

לכן, הפרש הריבועים של מספרים עוקבים, הוא מספר אי זוגי.

דרך ב'

בעזרת הנוסחה $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ושיקולי זוגיות ואי זוגיות.

כאשר a עוקב של b הפרשם 1, ולכן, הפרש הריבועים שלהם שווה לסכומם. כלומר:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = (a + b) \cdot 1 = a + b$$

מכיוון שהמספרים a ו- b עוקבים, אחד מהם זוגי והאחר אי זוגי, לכן סכומם אי זוגי.

דרך ג'

בדרך אלגברית, בעזרת הנוסחה $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

נסמן את המספרים ב- n וב- $(n + 1)$.

(n מספר טבעי).

$$(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1 + n)(n + 1 - n) = 2n + 1 = n + n + 1$$

לכל n שהוא מספר טבעי, $2n + 1$ הוא מספר אי זוגי.

וכן זו גם הוכחה לכך שהפרש הריבועים של המספרים העוקבים, הוא סכום המספרים העוקבים.

דרך ד'

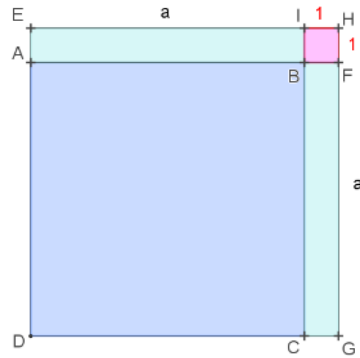
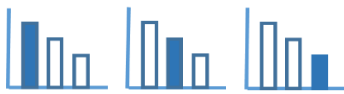
בדרך אלגברית, בעזרת הנוסחה $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

נסמן את המספרים העוקבים ב- n (n מספר טבעי) וב- $n + 1$.

$$(n + 1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$$

לכל n שהוא מספר טבעי, $2n + 1$ הוא מספר אי זוגי.

הפרש הריבועים של המספרים העוקבים, הוא סכום המספרים העוקבים.



דרך ה'

שטח הריבוע הגדול EHGD: $(a + 1)^2$

שטח הריבוע הקטן ABCD: a^2

שטח ההפרש ביניהם שווה

לשטחים של: $BFGC + IHFB + EIBA$

שזה: $a \cdot 1 + 1 \cdot 1 + a \cdot 1 = 2a + 1$

דרך ו'

בעזרת חוקיות/ סדרות

דוגמה: $4^2 - 3^2 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$

