

מאור

מתמטיקה אוריינית בחטיבת ביניים



טורניר הליגה האנגלית בכדורגל

המשימה קיימת ב – 2 רמות



כל הזכויות שמורות ל
לייקין ר. וצוות מאור, אוניברסיטת חיפה

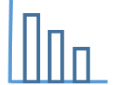
אין להעתיק, לצלם או לשכפל חוברת זו
או קטעים ממנה בשום אמצעי

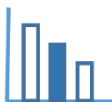
פרטי התקשרות:

maor@labs.edu.haifa.ac.il

04-8288351

תעודת זהות של המשימה

נושא מתוכנית הלימודים לשילוב המשימה		בעיה מילולית
כיתה		ז', ח', ט'
זמן נדרש ליישום המשימה (עד 45 דקות)		30 דקות
ידע ומיומנויות מתמטיים הנדרשים לפתרון המשימה		חישובים מספריים
		הבנה של המושגים: ערך מינימלי וערך מקסימלי, דרכים שונות לחישובים
אוריינות קונטקסטואלית		הניקוד המתקבל בטורניר הליגה האנגלית
		הניקוד המתקבל בטורניר הליגה האנגלית, הדרכים לקבלת ניקוד נמוך וניקוד גבוה
ידע ומיומנויות שהמשימה יכולה לקדם		דרכים שונות לחישובים
הנחיות קצרות לעבודה עם המשימה		תלמידים יעבדו בקבוצות של 2-3 תלמידים. המורה יעודד את התלמידים למצוא דרכים שונות לחישוב כמה משחקי ליגה נערכו בסה"כ. בדיון תלמידים יציגו את תשובותיהם ואת דרכי הפתרון. הערה: באתר קיימת גם רמה מצומצמת שסימונה
		



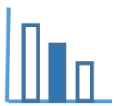
משימה - טורניר הליגה האנגלית בכדורגל

תיאור סיטואציה

בטורניר הליגה האנגלית בכדורגל משתתפות 20 קבוצות. הטורניר מתקיים בשיטת הסבבים. כלומר, כל קבוצה נפגשת פעמיים עם כל אחת מהקבוצות האחרות – פעם באצטדיון הבית שלה ופעם באצטדיון של הקבוצה היריבה. הקבוצה המנצחת מקבלת 3 נקודות, המפסידה – 0 נקודות. במקרה של תיקו, כל קבוצה מקבלת נקודה אחת. הקבוצה עם המספר הגבוה ביותר של נקודות היא המנצחת בטורניר. במקרה של שוויון בנקודות, מתחשבים במספר השערים שהובקעו על ידי כל קבוצה.

פתרו את הבעיה הבאה

- א. כמה משחקי ליגה שיחקה כל קבוצה?
- ב. כמה משחקים נערכו בסך הכל במהלך הטורניר?
- ג. מהו מספר הנקודות המינימלי והמקסימלי שכל הקבוצות ביחד יכולות לצבור במהלך הטורניר?



פתרונות אפשריים

הצעה לפתרון של סעיף א:

אם קבוצה הייתה צריכה לשחק פעמיים עם 19 הקבוצות האחרות, אז כל קבוצה שיחקה $38 = 2 \times 19$ משחקים.

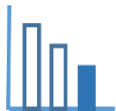
הצעה לפתרון של סעיף ב:

דרך א': נרשום את תוצאות המשחקים בטבלת דירוג מלאה. זאת תהיה טבלה בגודל 20×20 עם אלכסון מחוק, מכיוון שקבוצה לא יכולה לשחק עם עצמה. לפיכך, נקבל $380 = 20 \times 20 - 20$ משחקים.

דרך ב': כל קבוצה משחקת 38 משחקים. היות ויש 20 קבוצות, אז סך כל המשחקים יהיה: $38 \times 20 = 760$. בחישוב זה כל משחק נספר פעמיים ולכן יש לחלק ב-2 והתוצאה הסופית תהיה: $380 = 760 : 2$

הצעה לפתרון של סעיף ג:

המספר המינימלי של הנקודות יתקבל כאשר כל הקבוצות משחקות אחת מול השנייה והמשחק מסתיים בתיקו. במקרה זה בסך הכל עבור 380 משחקים הן יצברו $760 = 2 \times 380$ נקודות. המספר המקסימלי של הנקודות יתקבל כאשר בכל משחק תהיה קבוצה מנצחת. אז בסך הכל עבור 380 משחקים הן יצברו $1140 = 3 \times 380$ נקודות.



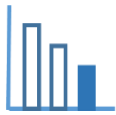
משימה - טורניר הליגה האנגלית בכדורגל

תיאור סיטואציה

בטורניר הליגה האנגלית בכדורגל משתתפות 20 קבוצות. הטורניר מתקיים בשיטת הסבבים. כלומר, כל קבוצה נפגשת פעמיים עם כל אחת מהקבוצות האחרות – פעם באצטדיון הבית שלה ופעם באצטדיון של הקבוצה היריבה. הקבוצה המנצחת במשחק מקבלת 3 נקודות, המפסידה – 0 נקודות. במקרה של תיקו, כל קבוצה מקבלת נקודה אחת. הקבוצה עם המספר הגבוה ביותר של נקודות היא המנצחת בטורניר. במקרה של שוויון בנקודות, מתחשבים במספר השערים שהובקעו על ידי כל קבוצה.

פתרו את הבעיה הבאה

- א. כמה משחקי ליגה שיחקה כל קבוצה?
- ב. כמה משחקים נערכו בסך הכל במהלך הטורניר?
- ג. בשנה מסוימת ידוע כי 200 משחקים הסתיימו בניצחון אחת הקבוצות, וכל שאר המשחקים הסתיימו בתיקו. חשבו מה היה המספר הכולל של הנקודות בטורניר בשנה זו.
- ד. האם יכול להיות שהמספר הכולל של הנקודות בטורניר יהיה קטן מ-760? הסבירו את תשובתכם.
- ה. האם יכול להיות שהמספר הכולל של הנקודות בטורניר יהיה גדול מ-1440? הסבירו את תשובתכם.



פתרונות אפשריים

הצעה לפתרון של סעיף א:

אם קבוצה הייתה צריכה לשחק פעמיים עם 19 הקבוצות האחרות, אז כל קבוצה שיחקה $38 = 19 \times 2$ משחקים.

הצעה לפתרון של סעיף ב:

דרך א': נרשום את תוצאות המשחקים בטבלת דירוג מלאה. זאת תהיה טבלה בגודל 20×20 עם אלכסון מחוק, מכיוון שקבוצה לא יכולה לשחק עם עצמה. לפיכך, נקבל $380 = 20 \times 20 - 20$ משחקים.

דרך ב': כל קבוצה משחקת 38 משחקים. היות ויש 20 קבוצות, אז סך כל המשחקים יהיה: $38 \times 20 = 760$. בחישוב זה כל משחק נספר פעמיים ולכן יש לחלק ב-2 והתוצאה הסופית תהיה: $380 = 760 : 2$

דרך ג': בכל מחזור משחקים 10 משחקים ($10 = 20 : 2$) ויש 38 מחזורים, לכן $380 = 38 \times 10$.

הצעה לפתרון של סעיף ג:

$$200 \cdot 3 + (380 - 200) \cdot 2 = 960$$

הצעה לפתרון של סעיף ד:

המספר המינימלי של הנקודות יתקבל כאשר כל הקבוצות משחקות אחת מול השנייה והמשחק מסתיים בתיקו. במקרה זה עבור 380 משחקים כל אחת מהקבוצות מקבלת נקודה אחת ולכן הן יצברו $760 = 380 \times 2$ נקודות. לכן, לא ניתן לצבור פחות מ-760 נקודות.

הצעה לפתרון של סעיף ה:

המספר המקסימלי של הנקודות יתקבל כאשר בכל משחק תהיה קבוצה מנצחת. אז בסך הכל עבור 380 משחקים הן יצברו $1140 = 380 \times 3$ נקודות. לכן, לא ניתן לצבור יותר מ-1140 נקודות.