

מאור

מתמטיקה אוריינית בחטיבת ביניים



גלגלי שיניים ברכיבת אופניים

המשימה קיימת ב – 2 רמות



כל הזכויות שמורות ל
לייקין ר. וצוות מאור, אוניברסיטת חיפה

אין להעתיק, לצלם או לשכפל חוברת זו
או קטעים ממנה בשום אמצעי

פרטי התקשרות:

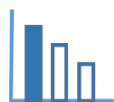
maor@labs.edu.haifa.ac.il

04-8288351



תעודת זהות של המשימה

נושא מתוכנית הלימודים לשילוב המשימה		יחס
כיתה		ח', ט'
זמן נדרש ליישום המשימה (עד 45 דקות)		45 דקות
ידע ומיומנויות מתמטיים הנדרשים לפתרון המשימה		יחס
		יחס
אוריינות קונטקסטואלית		קשר בין גלגלי שיניים באופניים לחישובים מתמטיים
		קשר בין גלגלי שיניים באופניים לחישובים מתמטיים
ידע ומיומנויות שהמשימה יכולה לקדם		היכרות עם קשר בין רכיבה באופניים וסיבוב גלגלי שיניים באופניים
הנחיות קצרות לעבודה עם המשימה		הקדמה קצרה למשימה בה ניתן להסביר לתלמידים את עקרון הפעולה של אופניים עם הילוכים. אפשרית עבודה בקבוצות של 2-3 תלמידים.



משימה - גלגלי שיניים ברכיבת אופניים

תיאור סיטואציה



בחנויות אופניים ניתן למצוא אופני הילוכים. ההילוכים מאפשרים רכיבה במהירויות משתנות לפי תנאי השטח (רכיבה בעליות ובירידות, בכביש ישר או נגד הרוח). ההילוכים מתקבלים על ידי שילובים שונים של זוגות גלגלי שיניים (גלגל"ש). לדושות מחוברים גלגלי שיניים, ולגלגל האחורי מחוברים גלגלי שיניים. גלגלי השיניים יכולים להיות בגדלים שונים. שרשרת מחברת זוג של גלגלי שיניים קדמי ואחורי. (ראו סרטוט שמתאר את אחד המצבים).

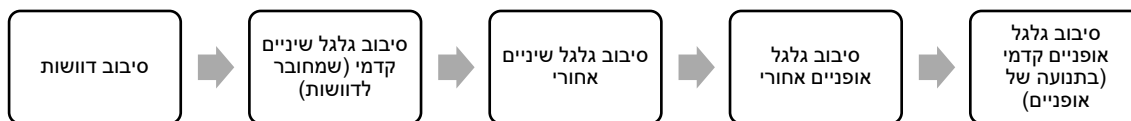


סיבוב של הדושות מניע את גלגל השיניים הקדמי שמניע את גלגל השיניים האחורי באמצעות השרשרת. גלגל השיניים האחורי מניע את הגלגל האחורי וביחד איתו את הגלגל הקדמי. היחס בין מספר השיניים בגלגלי השיניים (הקדמי והאחורי) קובע את מספר הסיבובים של הגלגל האחורי של האופניים בכל סיבוב של הדושות. ליחס זה קוראים יחס העברה.

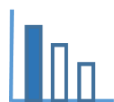
$$\text{יחס ההעברה} = \frac{\text{מספר השיניים בגלגל"ש הקדמי}}{\text{מספר השיניים בגלגל"ש האחורי}}$$

לדוגמה: אם יחס ההעברה הוא 2, אז סיבוב אחד של הדושות גורם ל-2 סיבובים של גלגל השיניים האחורי וגלגלי האופניים.

סדר הפעולות, תוך כדי רכיבה באופניים, מפורט בתרשים הבא:

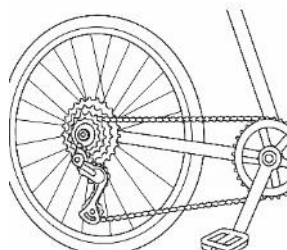


הילוכים שונים קובעים יחסי העברה שונים ואלה נקבעים על ידי שילוב של זוגות גלגלי שיניים שונים. דבר זה מושג על ידי הסטת השרשרת בין גלגלי השיניים.



פתרו את הבעיה הבאה

באופני העיר של יוסי יש: גלגל שיניים אחד, עם 52 שיניים, המחובר לדוושות ו- 4 גלגלי שיניים, עם מספר שונה של שיניים, המחוברים לגלגל האחורי (ראו ציור).



א. כמה הילוכים יש באופניים של יוסי?

ב. חשבו את יחס ההעברה ומלאו את הטבלה עבור כל אחת מהאפשרויות של גלגלי השיניים המחוברים לגלגל האחורי:

26	21	18	16	מספר שיניים בגלגל השיניים האחורי
2				יחס ההעברה

ג. בהילוך מסוים יחס העברה הוא 3.25.

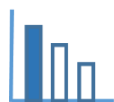
לפניכם מספר טענות. קבעו לגבי כל אחת מהן אם היא נכונה או שגויה:

- עבור יחס העברה 3.25, מספר השיניים בגלגל השיניים האחורי הוא 16.
- 2 סיבובים של דוושה יגרמו ל-6.5 סיבובים של גלגל האופניים האחורי.
- סיבוב אחד של דוושה יגרום ל-3.25 סיבובים של גלגל האופניים הקדמי.
- 3.25 סיבובים של דוושה יגרמו לסיבוב אחד של גלגל האופניים האחורי.

ד. לאופני העיר של דני יש: גלגל שיניים אחד קדמי, עם 48 שיניים, וגלגל שיניים אחד אחורי, עם 16 שיניים. חשבו את יחס ההעברה של האופניים של דני.

ה. יוסי ודני החליטו להשוות בין המרחקים שהאופניים עוברים כאשר הם מסובבים את הדוושות מספר זהה של פעמים. יוסי רכב בהילוך הגבוה ביותר שלו. מי מהשניים עבר מרחק גדול יותר?

*התמונות במשימה נוצרו באמצעות בינה מלאכותית של ChatGPT גרסה 4



פתרונות אפשריים

א. מספר ההילוכים של האופניים של יוסי הוא 4

ב.

26	21	18	16	מספר שיניים בגלגל"ש אחורי
2	2.48	2.89	3.25	יחס העברה

ג. קביעת נכונות הטענות:

- 1) עבור יחס העברה 3.25 מספר השיניים בגלגל שיניים האחורי הוא 16. תשובה נכונה.
- 2) 2 סיבובים של דוושות יגרמו ל-6.5 סיבובים של גלגל אופניים אחורי. התשובה נכונה.
- 3) סיבוב אחד של דוושות יגרמו ל-3.25 סיבובים של גלגל אופניים אחורי. התשובה נכונה.
- 4) 3 סיבובים של הדוושה יגרמו לסיבוב אחד של גלגל אופניים אחורי. התשובה שגויה.

ד. יחס ההעברה של האופניים של דני הוא 3

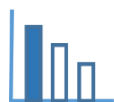
ה. יוסי רכב מהר יותר כי יחס ההעברה באופניים שלו גדול יותר מזה של דני. יחס העברה מראה כמה פעמים מסתובב הגלגל האחורי על כל סיבוב של הדוושות. אצל יוסי כל סיבוב של הדוושות גורם לגלגל האחורי להסתובב 3.25 פעמים, ואצל דני רק 3 פעמים. מכיוון ששניהם סובבו את הדוושות אותו מספר פעמים, הגלגל האחורי של יוסי הסתובב יותר פעמים ולכן עבר מרחק גדול יותר, כלומר יוסי נסע מהר יותר.
הערה למורה: לכוון את התלמידים שישתכלו על סיבוב גלגלי השיניים והמרחק שהאופניים עוברים.

סרטוני וידאו המדגימים את עיקרון של הילוכים באופניים:

א. <https://youtu.be/YhOT5GYUZJw>

ב. <https://www.youtube.com/watch?v=rzhRjQ8JX5o>

ג. <https://www.youtube.com/watch?v=oauDyluswM&t=150s>

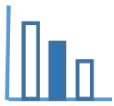


איך יחס ההעברה משפיע על הנסיעה?

יחס העברה גדול	יחס העברה קטן
קשה יותר לסובב את הדוושות 🚲	קל יותר לסובב את הדוושות 🚲
נוסעים מהר יותר 🚲	נוסעים לאט יותר 🚲
עוברים מרחק גדול בכל סיבוב של הדוושות 🚲	עוברים מרחק קטן בכל סיבוב של הדוושות 🚲
מתאים לנסיעה בשטח שטוח או בירידות 🚲	מתאים לעליות ולמקומות שקשה לדווש 🚲

דוגמה

- גלגל שיניים קדמי **גדול** ואחורי **קטן** = קשה לדווש, נוסעים מהר.
- גלגל שיניים קדמי **קטן** ואחורי **גדול** = קל לדווש, נוסעים לאט.



משימה - גלגלי שיניים ברכיבת אופניים

תיאור סיטואציה



בחנויות אופניים ניתן למצוא אופני הילוכים. ההילוכים מאפשרים רכיבה במהירויות משתנות לפי תנאי השטח (רכיבה בעליות ובירידות, בכביש ישר או נגד הרוח). ההילוכים מתקבלים על ידי שילובים שונים של זוגות גלגלי שיניים (גלגל"ש). גלגל שיניים, בגדלים שונים, מחובר לדוושות, וגלגל שיניים נוסף מחובר לגלגל האחורי של האופניים. כל זוג של גלגל שיניים, קדמי ואחורי, מחובר על ידי שרשרת (ראו סרטוט שמתאר את אחד המצבים).

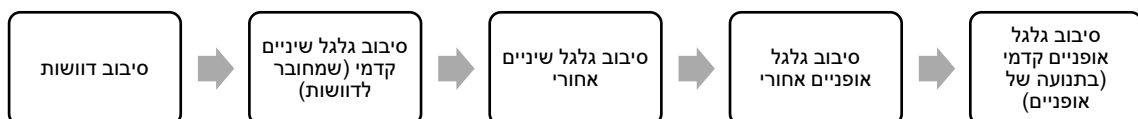


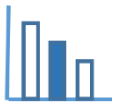
סיבוב של הדוושות מניע את גלגל השיניים הקדמי שמניע את גלגל השיניים האחורי באמצעות השרשרת. גלגל השיניים האחורי מניע את הגלגל האחורי וביחד איתו את הגלגל הקדמי. היחס בין מספר השיניים בגלגלי השיניים (הקדמי והאחורי) קובע את מספר הסיבובים של הגלגל האחורי של האופניים בכל סיבוב של הדוושות. ליחס זה קוראים יחס הֶעֱבֶרָה.

$$\text{יחס ההעברה} = \frac{\text{מספר השיניים בגלגל"ש הקדמי}}{\text{מספר השיניים בגלגל"ש האחורי}}$$

לדוגמה: אם יחס ההעברה הוא 2, אז סיבוב אחד של הדוושות גורם ל-2 סיבובים של גלגל השיניים האחורי וגלגלי האופניים.

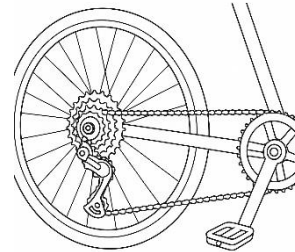
סדר הפעולות, תוך כדי רכיבה באופניים, מפורט בתרשים הבא:





פתרו את הבעיה הבאה

באופני העיר של יוסי יש: גלגל שיניים אחד, עם 52 שיניים, המחובר לדוושות ו-3 גלגלי שיניים, עם מספר שונה של שיניים, המחוברים לגלגל האחורי (ראו ציור).



א. כמה חיבורים, בין גלגל השיניים הקדמי לגלגלי השיניים האחוריים, ניתן ליצור באופניים של יוסי?

ב. חשבו את יחס ההעברה ומלאו את הטבלה עבור כל אחת מהאפשרויות של גלגלי השיניים המחוברים לגלגל האחורי:

26	21	16	מספר שיניים בגלגל השיניים האחורי
$\frac{52}{26} = 2$			יחס ההעברה

ג. בהילוך מסוים יחס העברה הוא 2. לפניכם מספר טענות. קבעו לגבי כל אחת מהן אם היא נכונה או שגויה:

(1) אם מסובבים את הדוושות פעם אחת – הגלגל האחורי יסתובב פעמיים.

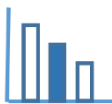
(2) אם מסובבים את הדוושות 3 פעמים – הגלגל האחורי יסתובב 6 פעמים.

(3) אם הגלגל האחורי מסתובב פעמיים – זה אומר שהדוושות יסתובבו פעמיים.

(4) ביחס העברה של 2 – הגלגל האחורי מסתובב יותר מהדוושות.

ד. ביום א' יוסי רכב על אופניו עם גלגל שיניים אחורי בעל 16 שיניים. ביום ב' יוסי רכב על אופניו עם גלגל שיניים אחורי בעל 26 שיניים. בשני הימים הוא סובב את הדוושות מספר זהה של פעמים. באיזה יום יוסי עבר מרחק גדול יותר? נמקו.

*התמונות במשימה נוצרו באמצעות בינה מלאכותית של ChatGPT גרסה 4



פתרונות אפשריים

א. מספר החיבורים בין גלגל שיניים קדמי לגלגלי השיניים האחוריים הוא 3 חיבורים

ב. יחס ההעברה עבור כל גלגל שיניים אחורי:

26	21	16	מספר שיניים בגלגל"ש אחורי
$\frac{52}{26} = 2$	2.48	3.25	יחס העברה

ג. הטענות לגבי יחס העברה 2:

- 1) אם מסובבים את הדוושות פעם אחת – הגלגל האחורי יסתובב פעמיים. התשובה נכונה.
- 2) אם מסובבים את הדוושות 3 פעמים – הגלגל האחורי יסתובב 6 פעמים. התשובה נכונה.
- 3) אם הגלגל האחורי מסתובב פעמיים – זה אומר שהדוושות הסתובבו פעמיים. התשובה שגויה.
- 4) ביחס העברה של 2 – הגלגל האחורי מסתובב יותר מהדוושות. התשובה נכונה.

ד. בגלגל האחורי עם 16 שיניים, יחס העברה הוא $3.25 = 52/16$, כלומר הגלגל האחורי מסתובב 3.25 פעמים בכל סיבוב של הדוושות. בגלגל האחורי עם 26 שיניים, יחס העברה הוא $2 = 52/26$, כלומר הגלגל האחורי מסתובב פעמיים בכל סיבוב של הדוושות. מכיוון שהגלגל האחורי מסתובב יותר פעמים עם הגלגל בעל 16 השיניים, האופניים של יוסי יעברו מרחק גדול יותר עם גלגל השיניים האחורי בעל 16 השיניים.

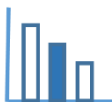
הערה למורה: לכוון את התלמידים שישתכלו על סיבוב גלגלי השיניים והמרחק שהאופניים עוברים.

סרטוני וידאו המדגימים את עיקרון של הילוכים באופניים:

א. <https://youtu.be/YhOT5GYUZJw>

ב. <https://www.youtube.com/watch?v=rzhRJq8JX5o>

ג. <https://www.youtube.com/watch?v=oauDyluswM&t=150s>



איך יחס ההעברה משפיע על הנסיעה?

יחס העברה גדול	יחס העברה קטן
קשה יותר לסובב את הדוושות 🚲	קל יותר לסובב את הדוושות 🚲
נוסעים מהר יותר 🚲	נוסעים לאט יותר 🚲
עוברים מרחק גדול בכל סיבוב של הדוושות 🚲	עוברים מרחק קטן בכל סיבוב של הדוושות 🚲
מתאים לנסיעה בשטח שטוח או בירידות 🚲	מתאים לעליות ולמקומות שקשה לדווש 🚲

דוגמה

- גלגל שיניים קדמי **גדול** ואחורי **קטן** = קשה לדווש, נוסעים מהר.
- גלגל שיניים קדמי **קטן** ואחורי **גדול** = קל לדווש, נוסעים לאט.