

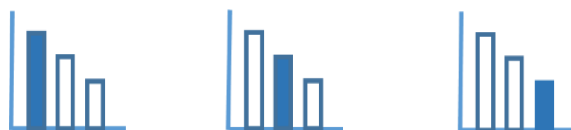
מאור

מתמטיקה אוריינית בחטיבת ביניים



אנומליה של המים - נפח

המשימה קיימת ב – 3 רמות



כל הזכויות שמורות ל
לייקין ר. וצוות מאור, אוניברסיטת חיפה

אין להעתיק, לצלם או לשכפל חוברת זו
או קטעים ממנה בשום אמצעי

פרטי התקשרות:

maor@labs.edu.haifa.ac.il

04-8288351

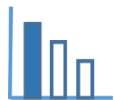


תעודת זהות של המשימה

נושא מתוכנית הלימודים לשילוב המשימה תכונות של גרף והסקת מסקנות מתוך הגרף, יחס הפוך, קדם אנליזה: פונקציה הופכית (לרמות מתקדמת ורגילה) יחידות מידה של נפח	
כיתה ט', י'	
זמן נדרש ליישום המשימה (עד 45 דקות)	
ידע ומיומנויות מתמטיים הנדרשים לפתרון המשימה מציאת נקודות קיצון ותחומי עליה וירידה של גרף נתון (נפח המים כתלות בטמפרטורה).	
מציאת נקודות קיצון ותחומי עליה וירידה של גרף נתון (צפיפות מים כתלות בטמפרטורה). הבנת הקשר של יחס הפוך בין שני גדלים (צפיפות ונפח של חומר) מתוך נוסחה נתונה. שילוב בין גרף הנתון (צפיפות של מים כתלות בטמפרטורה) לבין נוסחה נתונה (הקשר בין צפיפות ונפח של חומר) כדי להבין כיצד יראה הגרף של נפח המים כתלות בטמפרטורה בתחום מסוים.	
מציאת נקודות קיצון ותחומי עליה וירידה של גרף נתון (צפיפות מים כתלות בטמפרטורה). הבנת הקשר של יחס הפוך בין שני גדלים (צפיפות ונפח של חומר) מתוך נוסחה נתונה, כאשר כמות החומר קבועה. שילוב בין גרף הנתון (צפיפות של מים כתלות בטמפרטורה) לבין נוסחה נתונה (הקשר בין צפיפות ונפח של חומר) כדי להבין כיצד יראה הגרף של נפח המים כתלות בטמפרטורה בתחום מסוים.	
אוריינות קונטקסטואלית הבנת התופעה הנקראת אנומליה של המים בהקשר של השתנות נפח המים כתלות בטמפרטורה והשפעותיה על תופעות בטבע.	
הבנת התופעה הנקראת אנומליה של המים בהקשר השתנות צפיפות ונפח המים כתלות בטמפרטורה והשפעותיה על תופעות בטבע.	
הבנת התופעה הנקראת אנומליה של המים בהקשר של השתנות צפיפות ונפח המים כתלות בטמפרטורה והשפעותיה על תופעות בטבע.	



הבנה מה היא צפיפות של חומר ובאילו יחידות מודדים אותה (ברמות מתקדמת ורגילה) הבנה של קשרים הקיימים בין מאפיינים של גרף נתון של פונקציה לבין מאפיינים של הפונקציה ההופכית לה, בשלב זה הבנה חלקית ללא התייחסות לאסימפטוטות. (ברמות מתקדמת ורגילה). הסקת מסקנות מתוך גרף נתון המובילות להבנה מהי האנומליה של המים והשפעתה על תופעות טבע שונות.	ידע ומיומנויות שהמשימה יכולה לקדם
● בתחילת השיעור ניתן להקרין את הסרטון המסביר מהי צפיפות של חומר: https://www.youtube.com/watch?v=SWS1iYgynw (ברמות מתקדמת ורגילה) את הקשר בין צפיפות של חומר ונפח חומר ניתן להסביר באופן מוחשי יותר בעזרת הדוגמה הבאה: 40 אנשים מפוזרים בחדר. מה קורה לצפיפות האנשים בחדר אם כולם עוברים לחדר גדול יותר? מה קורה לצפיפות האנשים בחדר אם כולם עוברים לחדר קטן יותר? (ברמות מתקדמת ורגילה) ● ניתן לקרוא ביחד בכיתה את ההסבר לגבי נפח של חומרים ותלותו בטמפרטורה, ולשאול את התלמידים האם הם מכירים תופעות נוספות הממחישות כיצד טמפרטורה משפיעה על נפח של חומר. ● תלמידים ילמדו בזוגות או בקבוצות ויפתרו את הבעיות באופן עצמאי. ● דיון בכיתה: התלמידים יציגו ויסבירו את תשובותיהם בדיון. רצוי לאפשר להם להציג דרכים שונות לפתרון. ניתן לקיים דיון לאחר פתרון סעיף א, ודיון נוסף כשתלמידים יסיימו את המשימה. יש להדגיש בדיון שהגרף של השתנות נפח המים כתלות הטמפרטורה אמנם "דומה" לפרבולה, אך אינו פרבולה. הערה: קיימות שתי משימות נוספות הקשורות לאנומליה של המים- צפיפות, המתמקדות בהסקת מסקנות מגרף צפיפות המים ובתופעות טבע הקשורות לאנומליה בהקשר לצפיפות המים.	הנחיות קצרות לעבודה עם המשימה



משימה: אנומליה של המים - נפח

תיאור סיטואציה

כאשר מחממים חומר כמות החומר אינה משתנה, אבל נפחו בדר"כ גדל, וכאשר מקררים חומר בדר"כ נפחו קטן.

לדוגמה:

כאשר נחמם אוויר בתוך כדור פורח, נפח האוויר גדל ומנפח את הכדור.



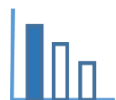
חימום האוויר בתוך הבלון



במד טמפרטורה (מדחום) כספית, כאשר טמפרטורת הגוף עולה הכספית מתחממת, נפחה גדל וכך אנחנו רואים שגובה הכספית עולה במד טמפרטורה.

יוצאי דופן מבחינה זו הם המים.

במשימה הנוכחית נרצה לבחון את הקשר בין נפח המים והטמפרטורה שלהם.



פתרו את הבעיה הבאה

צפיפות החומר - היא כמות החומר ליחידת

נפח של החומר.

היחידות בהן נמדדת צפיפות הן:

גרם לסמ"ק או ק"ג למ"ק וכו'.

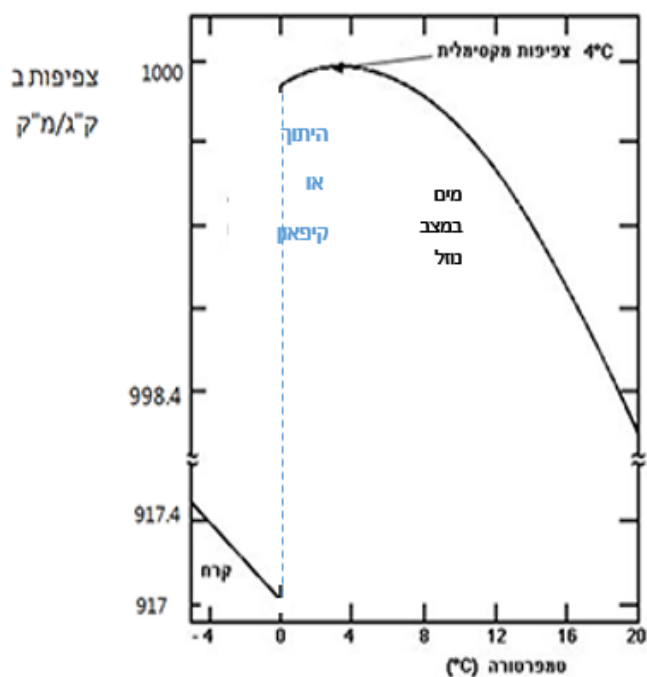
$$\text{צפיפות} = \frac{\text{כמות החומר}}{\text{הנפח של החומר}}$$

הגרף שלפניכם מתאר את השתנות

הצפיפות של 1 ק"ג מים במצבי צבירה

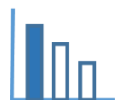
שונים (נוזל, וקרח) כתלות בטמפרטורה

בתחום $-4^{\circ}\text{C} \leq t \leq 20^{\circ}\text{C}$



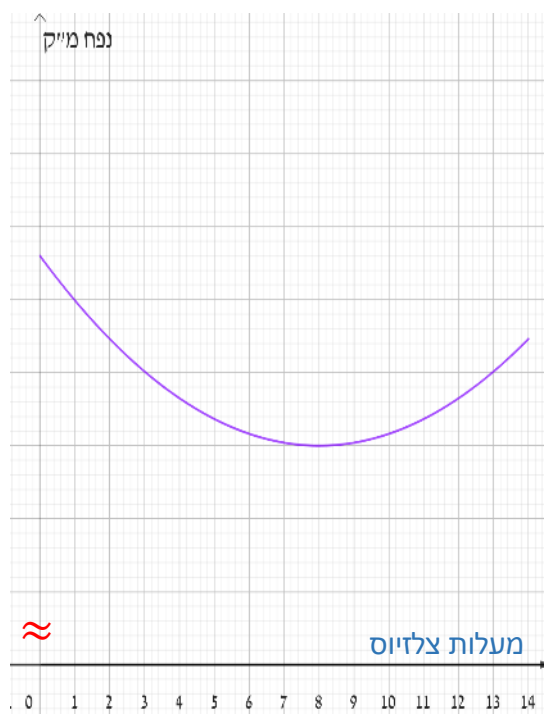
הערה: שימו לב לסימון $\approx$ המציין "קפיצה" בערכי הצפיפות - בין 917.4 לבין 998.4 שפירושה שקנה המידה אינו אחיד.

התבוננו בגרפים הנתונים בטבלה הבאה וענו על השאלות הבאות:

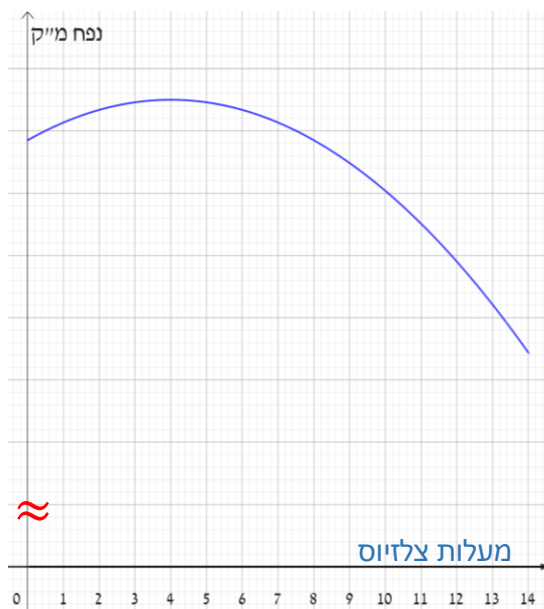


הסימון $\approx$ מבטא קפיצה בערכי הנפח על ציר ה Y שפירושה שקנה המידה אינו אחיד.

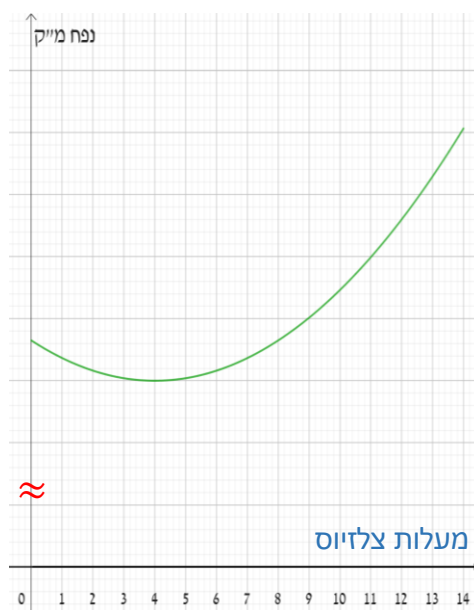
1.



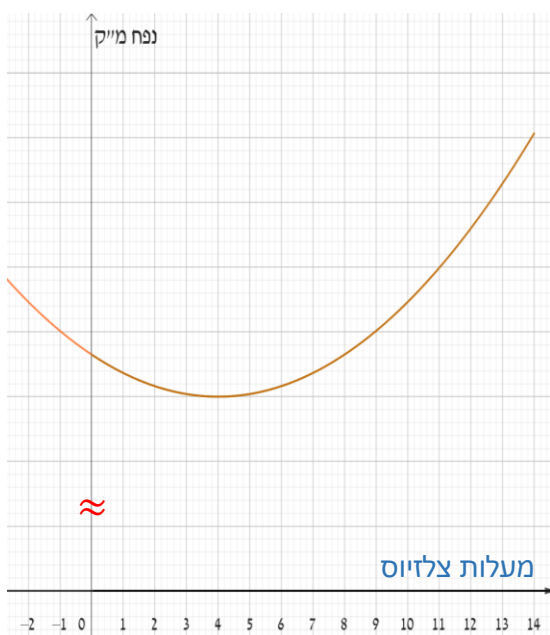
2.

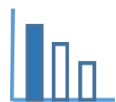


3.



4.





א.

- א1. איזה גרף מבין הגרפים הבאים מתאר בקרוב את השתנות נפח 1 ק"ג מים כתלות בטמפרטורה בתחום בין 0° ל 14° ? נמקו תשובתכם (העזרו בגרף צפיפות המים ובנוסחת הצפיפות).
- א2. לכל אחד מהגרפים שלא נבחר בסעיף א, נמקו מדוע אינו מתאים לתיאור השתנות נפח המים כתלות בטמפרטורה.

ב. בדרך כלל כאשר מחממים חומר נפחו גדל, וכאשר מקררים אותו נפחו קטן. יוצאי דופן מבחינה זו הם המים.

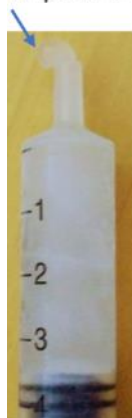
הסבירו מדוע המים יוצאי דופן.

ג. בתמונה רואים מים שקפאו בתוך מזרק.

ניתן להבחין בתמונה בטיפת קרח שגלשה מהמזרק. הסבירו תופעה זו.

ד. אילו תופעות נוספות אתם מכירים הקשורות לאנומליה של המים ולנפחם?

טיפת קרח



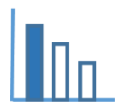
מקורות

[האנומליה של המים](#)

[צפיפות המים](#)

[גרף](#)

[מאפיינים פיזיקליים של המים](#)



פתרונות אפשריים

סעיף א

נתון כי:

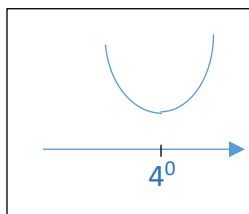
$$\text{נפח של החומר} = \frac{\text{כמות החומר}}{\text{צפיפות}}$$

ומכאן:

$$\text{נפח החומר} = \frac{\text{כמות החומר}}{\text{צפיפות החומר}}$$

ככל שצפיפות החומר גדלה נפח החומר קטן, וככל שצפיפות החומר קטנה נפח החומר גדל (כמות החומר נשארת קבועה).

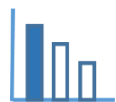
מסקנות לגבי המאפיינים של גרף נפח המים בתחום בין 0° ל 14° :



גרף נפח המים	גרף צפיפות המים	גרף תחום
גרף יורד	גרף עולה	$0^{\circ} \leq t < 4^{\circ}$
גרף עולה	גרף יורד	$4^{\circ} < t \leq 14^{\circ}$
נפח מינימלי של המים	צפיפות מקסימלית (1000 ק"ג/מ"ק)	$t = 4^{\circ}$

הגרף המתאים לכל המאפיינים האלו הוא **גרף 3**.

- גרף 1 אינו מתאים כיוון שנקודת המינימום היא ב $t = 8^{\circ}$ וכן תחומי העלייה והירידה אינם מתאימים.
- גרף 2 אינו מתאים כיוון שהוא גרף בעל מקסימום ולא בעל מינימום.
- גרף 4 אינו מתאים כיוון שתחום הגרף אינו בין 0° ל 14° , וכן גם מתחת ל 0° (כשהמים הפכו לקרח) הגרף צריך לעלות.



סעיף ב

האנומליה של המים מבחינת נפחם באה לידי ביטוי בתחום הטמפרטורות $0^{\circ}\text{C} \leq t < 4^{\circ}\text{C}$. בתחום זה, ככל שהטמפרטורה גדלה, נפח המים קטן, ואילו כמעט בכל החומרים האחרים, ככל שהטמפרטורה גדלה, נפח החומר גדל.

נוסף לכך ב- 0°C כאשר הקרח מפשיר והופך למים, צפיפות המים גדולה יותר מצפיפות הקרח, ומזה ניתן להסיק שנפח המים קטן מנפח הקרח, בעוד שבחומרים אחרים, כאשר הם עוברים ממוצק לנוזל, נפחם גדל.

סעיף ג

המזרק היה מלא במים. בשל האנומליה של המים, כאשר המים קפאו נפחם גדל ולכן הקרח פרץ דרך הפתח של המזרק ונוצרה טיפת הקרח.

סעיף ד

תופעות נוספות:

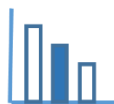
- ידוע כי אין להכניס למקפיא בקבוק זכוכית מלא במים. זאת בשל האנומליה של המים. כאשר המים בבקבוק קופאים נפחם גדל, נוצר לחץ על בקבוק הזכוכית והוא עלול להתפוצץ.
- בארצות בהן הטמפרטורות יורדות מתחת ל- 0°C , המים בצינורות המים לבתים עלולים לקפוא, נפח הקרח גדל והצינורות עלולים להתפוצץ. כדי למנוע זאת ממליצים להשאיר בברזים זרם של מים וכך המים בצינורות לא קופאים.
- התפוררות סלעים היא תוצאה מתהליך קפיאה-הפשרה של המים. תהליך זה מתרחש כאשר מים שמחלחלים לחריצים בסלע קופאים ומתרחבים **בשל האנומליה של המים**. בתהליך ההתרחבות, הקרח יכול להפעיל לחץ רב על הסלעים. לחץ זה בדרך כלל חזק יותר מכוח העמידה של הסלע, והסלע נסדק ובמהלך השנים נשבר ומתפרק.

שאלות לדיון

מהו הנפח המינימלי של 1 ק"ג מים ביחידות של סמ"ק?

מהו הנפח של 1 ק"ג קרח ב 0° ביחידות של סמ"ק?

מהו הנפח של 1 ק"ג קרח ב -4° ביחידות של סמ"ק?



משימה: אנומליה של המים - נפח

תיאור סיטואציה

כאשר מחממים חומר כמות החומר אינה משתנה, אבל נפחו בדר"כ גדל, וכאשר מקררים חומר בדר"כ נפחו קטן.

לדוגמה:

כאשר נחמם אוויר בתוך כדור פורח, נפח האוויר גדל ומנפח את הכדור.



חימום האוויר בתוך הבלון

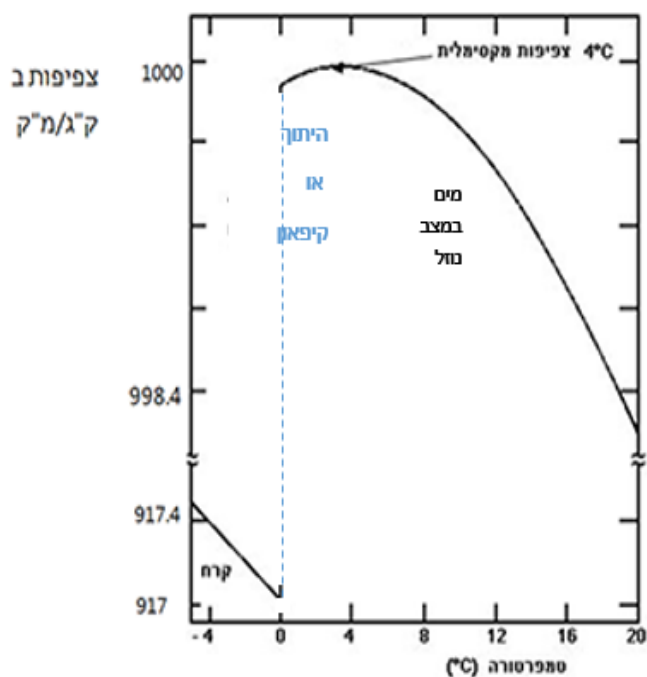


במד טמפרטורה (מדחום) כספית, כאשר טמפרטורת הגוף עולה הכספית מתחממת, נפחה גדל וכך אנחנו רואים שגובה הכספית עולה במד טמפרטורה.

יוצאי דופן מבחינה זו הם המים.

במשימה הנוכחית נרצה לבחון את הקשר בין נפח המים והטמפרטורה שלהם.

פתרו את הבעיה הבאה



הערה: שימו לב לסימון $\approx$ המציין "קפיצה" בערכי הצפיפות – בין 917.4 לבין 998.4 שפירושה שקנה המידה אינו אחיד.

צפיפות החומר - היא כמות החומר ליחידת

נפח של החומר.

היחידות בהן נמדדת צפיפות הן:

גרם לסמ"ק או ק"ג למ"ק וכו'.

$$\text{צפיפות} = \frac{\text{כמות החומר}}{\text{הנפח של החומר}}$$

הגרף שלפניכם מתאר את השתנות

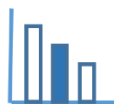
הצפיפות של 1 ק"ג מים וקרח בתלות

בטמפרטורה

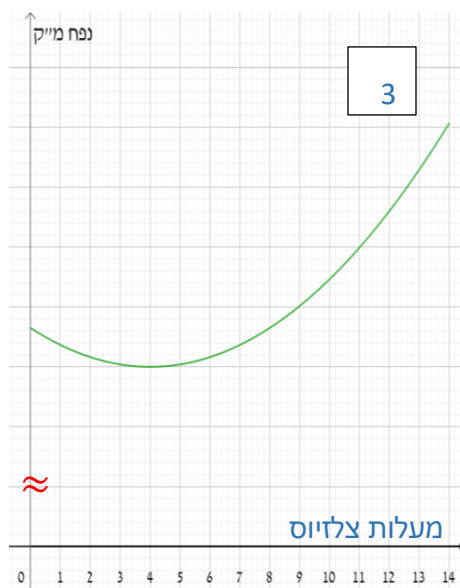
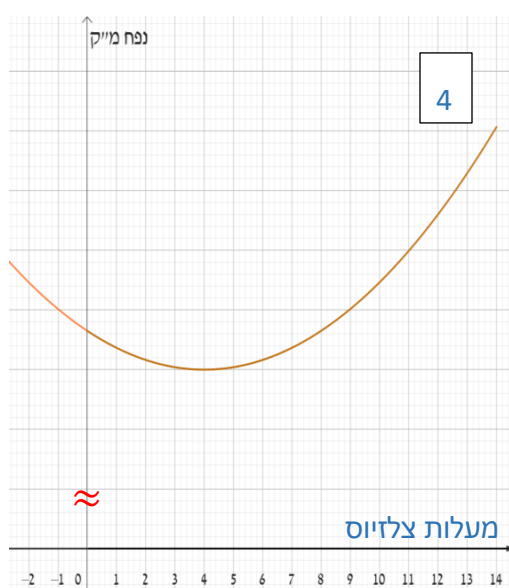
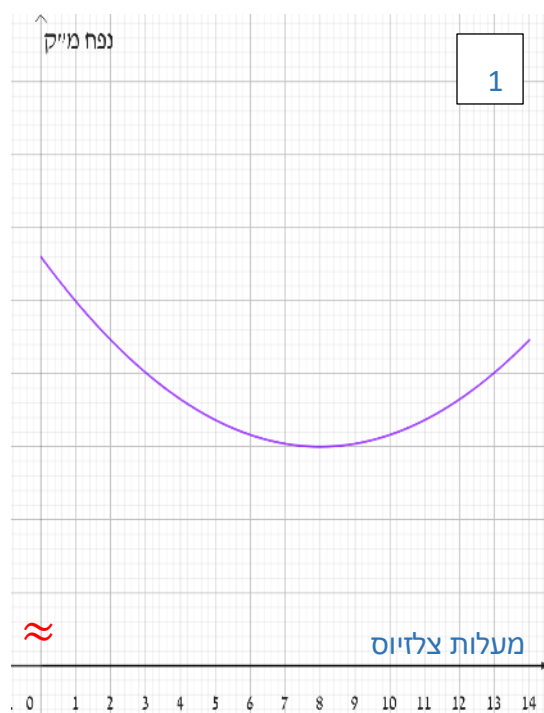
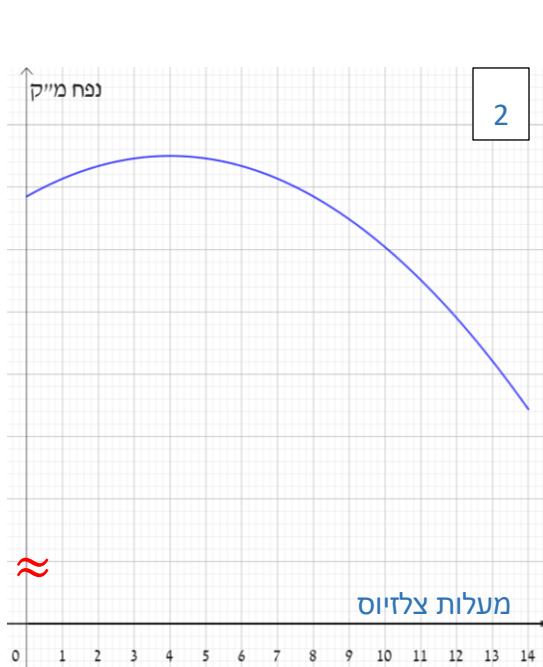
בתחום $-4^{\circ}\text{C} \leq t \leq 20^{\circ}\text{C}$

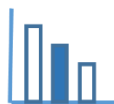
- א. 1. התבוננו בגרף הנתון וענו: צפיפות המים גדולה יותר ב 8° או ב 12° ?
- א. 2. התבוננו בנוסחת הצפיפות וענו: נפח המים גדול יותר ב 8° או ב 12° ? נמקו.

ב. התבוננו בגרפים הבאים וענו על השאלות שבהמשך:



הסימון $\approx$ מבטא קפיצה בערכי הנפח על ציר ה Y שפירושה שקנה המידה אינו אחיד.



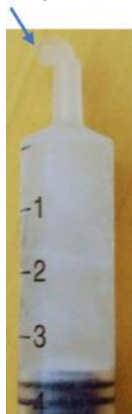


ב1. איזה גרף מבין הגרפים הבאים מתאר בקרוב את השתנות נפח 1 ק"ג מים כתלות בטמפרטורה בתחום בין 0°C ל 14°C ? נמקו תשובתכם.

ב2. לכל אחד מהגרפים שלא נבחר בסעיף א, נמקו מדוע אינו מתאים לתיאור השתנות נפח המים כתלות בטמפרטורה.

ג. כאשר מחממים חומר כמות החומר אינה משתנה, אבל נפחו משתנה. כמעט בכל החומרים הנפח גדל, וכאשר מקררים חומר בדד"כ נפחו קטן. יוצאי דופן מבחינה זו הם המים. הסבירו מדוע המים יוצאי דופן (התייחסו להשתנות נפח המים כאשר מקררים אותם עד ל 0°C , ולהשתנות נפח המים כאשר הם קופאים והופכים לקרח).

טיפת קרח



ד. בתמונה משמאלכם, רואים מים שקפאו בתוך מזרק שהיה מלא עד קצהו במים. ניתן להבחין בתמונה בטיפת קרח שגלשה מהמזרק. הסבירו תופעה זו.

ה. אילו תופעות נוספות אתם מכירים הקשורות לאנומליה של המים ולנפחם?

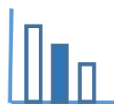
מקורות

[האנומליה של המים](#)

[צפיפות המים](#)

[גרף](#)

[מאפיינים פיזיקליים של המים](#)



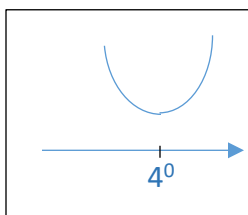
פתרונות אפשריים

סעיף א

1. צפיפות 1 ק"ג מים ב 8° גדולה יותר מאשר ב 12° .
2. הנפח של 1 ק"ג מים ב 12° גדול יותר מהנפח של 1 ק"ג מים ב 8° . מהנוסחה ניתן להסיק שככל שהצפיפות גדולה יותר הנפח קטן יותר וככל שהצפיפות קטנה יותר הנפח גדול יותר. בין צפיפות החומר לנפחו קיים יחס הפוך, כאשר כמות החומר קבועה.

סעיף ב

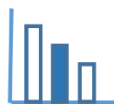
מסקנות לגבי המאפיינים של גרף נפח המים בתחום בין 0° ל 14° :



גרף נפח המים	גרף צפיפות המים	גרף תחום
גרף יורד	גרף עולה	$0^{\circ} \leq t < 4^{\circ}$
גרף עולה	גרף יורד	$4^{\circ} < t \leq 14^{\circ}$
נפח מינימלי של המים	צפיפות מקסימלית (1000 ק"ג/מ"ק)	$t = 4^{\circ}$

הגרף המתאים לכל תכונות אלו הוא **גרף 3**.

- גרף 1 אינו מתאים כיוון שנקודת המינימום היא ב $t = 8^{\circ}$ וכן תחומי העלייה והירידה אינם מתאימים.
- גרף 2 אינו מתאים כיוון שהוא גרף בעל מקסימום ולא בעל מינימום.
- גרף 4 אינו מתאים כיוון שתחום הגרף אינו בין 0° ל 14° , וכן גם מתחת ל 0° (כשהמים הפכו לקרח) הגרף צריך לעלות.



סעיף ג

האנומליה של המים מבחינת נפחם באה לידי ביטוי בתחום הטמפרטורות $0^{\circ}\text{C} \leq t < 4^{\circ}\text{C}$. בתחום זה, ככל שהטמפרטורה גדלה, נפח המים קטן, ואילו כמעט בכל החומרים האחרים, ככל שהטמפרטורה גדלה, נפח החומר גדל.

נוסף לכך ב- 0°C כאשר הקרח מפשיר והופך למים, צפיפות המים גדולה יותר מצפיפות הקרח, ומזה ניתן להסיק שנפח המים קטן מנפח הקרח, בעוד שבחומרים אחרים, כאשר הם עוברים ממוצק לנוזל, נפחם גדל.

סעיף ד

המזרק היה מלא במים. בשל האנומליה של המים, כאשר המים קפאו נפחם גדל ולכן הקרח פרץ דרך הפתח של המזרק ונוצרה טיפת הקרח.

סעיף ה

תופעות נוספות:

- ידוע כי אין להכניס למקפיא בקבוק זכוכית מלא במים. זאת בשל האנומליה של המים. כאשר המים בבקבוק קופאים נפחם גדל, נוצר לחץ על בקבוק הזכוכית והוא עלול להתפוצץ.
- בארצות בהן הטמפרטורות יורדות מתחת ל- 0°C , המים בצינורות המים לבתים עלולים לקפוא, נפח הקרח גדל והצינורות עלולים להתפוצץ. כדי למנוע זאת ממליצים להשאיר בברזים זרם של מים וכך המים בצינורות לא קופאים.
- התפוררות סלעים היא תוצאה מתהליך קפיאה-הפשרה של המים. תהליך זה מתרחש כאשר מים שמחלחלים לחריצים בסלע קופאים ומתרחבים **בשל האנומליה של המים**. בתהליך ההתרחבות, הקרח יכול להפעיל לחץ רב על הסלעים. לחץ זה בדרך כלל חזק יותר מכוח העמידה של הסלע, והסלע נסדק ובמהלך השנים נשבר ומתפרק.

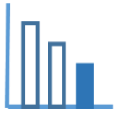
שאלות לדיון

מהו הנפח המינימלי של 1 ק"ג מים ביחידות של סמ"ק?

מהו הנפח של 1 ק"ג קרח ב 0° ביחידות של סמ"ק?

מהו הנפח של 1 ק"ג קרח ב -4° ביחידות של סמ"ק?

.



משימה: אנומליה של המים - נפח

תיאור סיטואציה

כאשר מחממים חומר כמות החומר אינה משתנה, אבל נפחו בדו"כ גדל, וכאשר מקררים חומר בדו"כ נפחו קטן.

לדוגמה:

כאשר נחמם אוויר בתוך כדור פורח, נפח האוויר גדל ומנפח את הכדור.



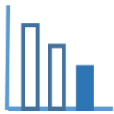
חימום האוויר בתוך הבלון



במד טמפרטורה (מדחום) כספית, כאשר טמפרטורת הגוף עולה הכספית מתחממת, נפחה גדל וכך אנחנו רואים שגובה הכספית עולה במד טמפרטורה.

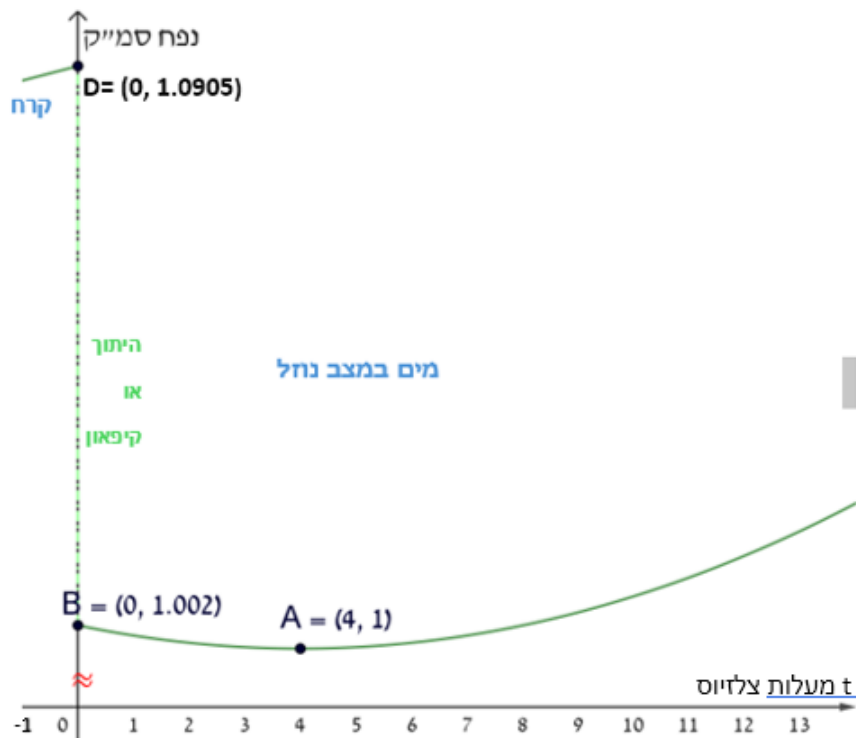
יוצאי דופן מבחינה זו הם המים.

במשימה הנוכחית נרצה לבחון את הקשר בין נפח המים והטמפרטורה שלהם.

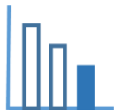


פתרו את הבעיה הבאה

לפניכם גרף המתאר בקירוב את השתנות נפח של גרם אחד מים כתלות בטמפרטורה. הגרף מתייחס לשני מצבי צבירה של המים: נוזל וקרח בתחום בין -1 מעלות צלזיוס לבין 13 מעלות צלזיוס. שימו לב כי: ב 0°C יתכן מצב שהמים הם במצב נוזל (עדיין לא קפאו) או במצב של קרח (לאחר שקפאו).



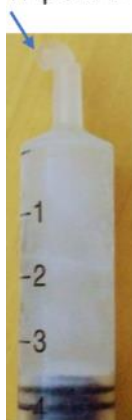
הסימון $\approx$ מבטא קפיצה בערכי הנפח על ציר ה Y שפירושה שקנה המידה אינו אחיד



התבוננו בגרף וענו על השאלות הבאות:

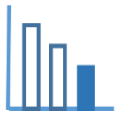
- א. מהו הנפח המינימלי של גרם אחד של מים, ובאיזו טמפרטורה הוא מתקבל?
- ב. מה קורה לנפח המים כאשר מחממים אותם מ 0°C עד ל 4°C ?
- ג. מה קורה לנפח המים כאשר מחממים אותם מעל 4°C ?
- ד. בדרך כלל כאשר מחממים חומר נפחו גדל, וכאשר מקררים אותו נפחו קטן. יוצאי דופן מבחינה זו הם המים. הסבירו מדוע המים יוצאי דופן (התייחסו לחימום המים במצב נוזל, ולמעבר מקרח למים).
- ה. בתמונה רואים מים שקפאו בתוך מזרק.
- ו. ניתן להבחין בתמונה בטיפת קרח שגלשה מהמזרק. הסבירו תופעה זו.
- ז. אילו תופעות נוספות אתם מכירים הקשורות לאנומליה של המים ולנפחם?

טיפת קרח



מקורות

[האנומליה של המים](#)



פתרונות אפשריים

- א. הנפח המינימלי של גרם אחד של מים הוא 1 סמ"ק, נפח זה מתקבל ב 4°C .
- ב. כאשר מחממים את המים מ 0°C עד ל 4°C נפחם הולך וקטן. כאשר מחממים את המים מעבר ל 4°C נפחם הולך וגדל.
- ג. כאשר הקרח ב 0°C הופך למים ב 0°C נפחו קטן.
- ד. האנומליה של המים מבחינת נפחם באה לידי ביטוי בתחום הטמפרטורות $0^{\circ}\text{C} \leq t < 4^{\circ}\text{C}$. בתחום זה, ככל שהטמפרטורה גדלה, נפח החומר גדל.
- ה. המזרק היה מלא במים. בשל האנומליה של המים, כאשר המים קפאו נפחם גדל ולכן הקרח פרץ דרך הפתח של המזרק ונוצרה טיפת הקרח.
- ו. תופעות נוספות:

- ידוע כי אין להכניס למקפיא בקבוק זכוכית מלא במים. זאת בשל האנומליה של המים. כאשר המים בבקבוק קופאים נפחם גדל, נוצר לחץ על בקבוק הזכוכית והוא עלול להתפוצץ.
- בארצות בהן הטמפרטורות יורדות מתחת ל- 0°C , המים בצינורות המים לבתים עלולים לקפוא, נפח הקרח גדל והצינורות עלולים להתפוצץ. כדי למנוע זאת ממליצים להשאיר בברזים זרם דק של מים וכך המים בצינורות לא קופאים.
- התפוררות סלעים היא תוצאה מתהליך קפיאה-הפשרה של המים. תהליך זה מתרחש כאשר מים שמחלחלים לחריצים בסלע קופאים ומתרחבים **בשל האנומליה של המים**. בתהליך ההתרחבות, הקרח יכול להפעיל לחץ רב על הסלעים. לחץ זה בדרך כלל חזק יותר מכוח העמידה של הסלע, והסלע נסדק ובמהלך השנים נשבר ומתפרק.

שאלות לדיון

בכמה אחוזים גדול נפח של גרם אחד קרח ב 0°C מהנפח של גרם אחד מים ב 0°C ?