

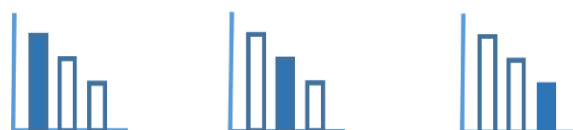
מאור

מתמטיקה אוריינית בחטיבת ביניים



ריצוף - שטח כל אריח

המשימה קיימת ב – 3 רמות



כל הזכויות שמורות ל
לייקין ר. וצוות מאור, אוניברסיטת חיפה

אין להעתיק, לצלם או לשכפל חוברת זו
או קטעים ממנה בשום אמצעי

פרטי התקשרות:

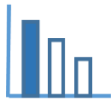
maor@labs.edu.haifa.ac.il

04-8288351



תעודת זהות של המשימה

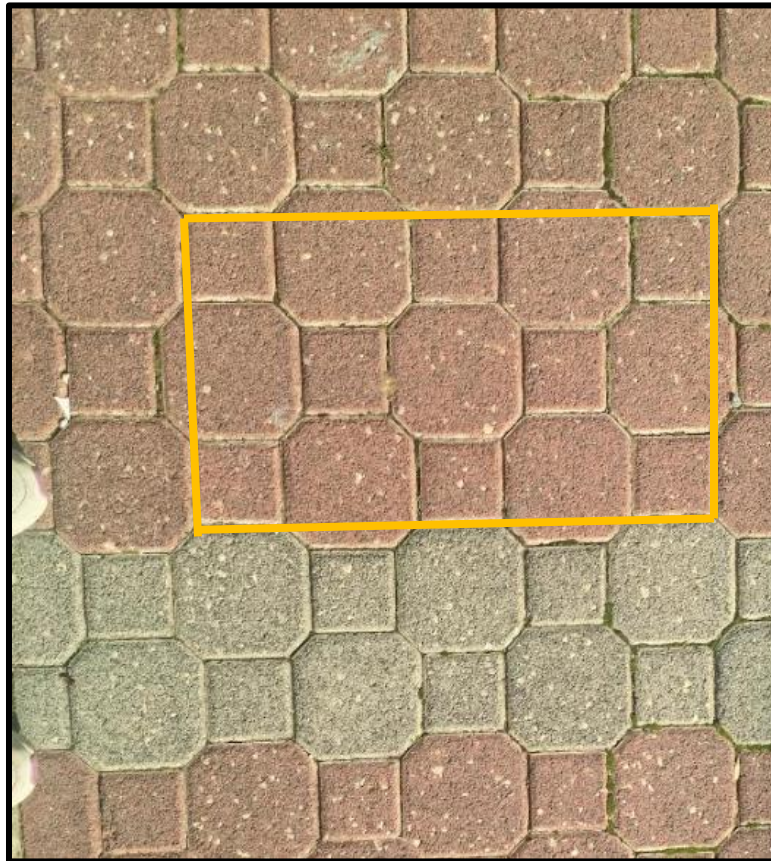
שטחים של מצולעים שונים (שטח של: רבוע, מלבן, טרפז, מתומן)		נושא מתוכנית הלימודים לשילוב המשימה
ט'		כיתה
30-45 דקות		זמן נדרש ליישום המשימה (עד 45 דקות)
חישוב שטח והיקף של מלבן. הרכבה ופתרון משוואה רבועית פשוטה $ax^2 = b$		ידע ומיומנויות מתמטיים הנדרשים לפתרון המשימה
הרכבה ופתרון של מערכת שתי משוואות ממעלה ראשונה. חישוב שטח של מתומן על ידי חלוקתו למצולעים שונים.		
הרכבה ופתרון של מערכת שתי משוואות ממעלה ראשונה. חישוב שטח מתומן על ידי חלוקתו למצולעים שונים.		
הסקת מסקנות לגבי ממדים של אורך צלעות של אריחים בצורת מלבן מתוך צילום של משטח מרוצף.		אוריינות קונטקסטואלית
הסקת מסקנות לגבי אורך צלעות של אריחים מסוגים שונים (אריחים ריבועיים ומתומנים) מתוך צילום של משטח מרוצף.		
הסקת מסקנות לגבי אורך צלעות, גודל זוויות ושטח של אריחים מסוגים שונים (אריחים ריבועיים ומתומנים) מתוך צילום של משטח מרוצף.		
קידום היכולת להסיק מסקנות לגבי הקשרים הקיימים בין מצולעים שונים היוצרים ריצוף של משטח מסוים.		ידע ומיומנויות שהמשימה יכולה לקדם
תלמידים יעבדו בקבוצות של 2-3 תלמידים. ניתן יהיה להיעזר ביישומון המצורף. במליאה נציג מכל קבוצה יציג דרך אחת לפתרון. יתקיים דיון לגבי הדרכים השונות שיוצגו.		הנחיות קצרות לעבודה עם המשימה

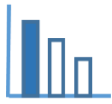


משימה: ריצוף - שטח כל אריח

פתרו את הבעיה הבאה

- לפניכם משטח המרוצף בשני סוגי אריחים.
על המשטח מסומן מלבן שצלע אחת שלו בת 110 ס"מ והשנייה בת 65 ס"מ.
א. מצאו לכמה שווה כל זווית באריח מתומן.
ב. מצאו את שטח האריח בצורת ריבוע ואת שטח האריח בצורת מתומן - פתרו בדרכים שונות.
תוכלו להיעזר ביישומון המצורף.





פתרונות אפשריים

סעיף א

כל זווית של מתומן שווה ל 135° :

$$0.5(360 - 90) = 135$$



סעיף ב

דרך א

נסמן:

$$GH = FK = X$$

$$EF = Y$$

$$3X + 2Y = 110$$

$$2X + Y = 65$$

$$X = 20 \text{ ס"מ}$$

$$Y = 25 \text{ ס"מ}$$

$$\sphericalangle HFJ = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$$

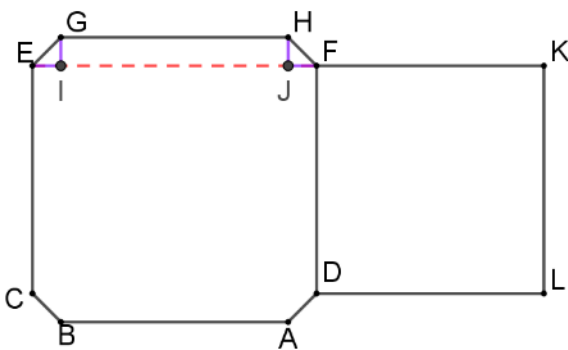
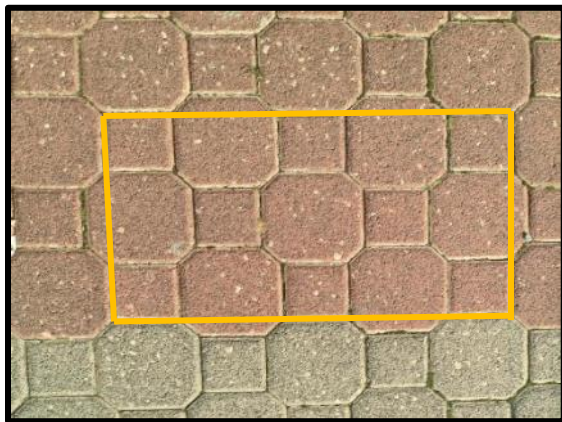
$$HJ = FJ = (25-20)/2 = 2.5$$

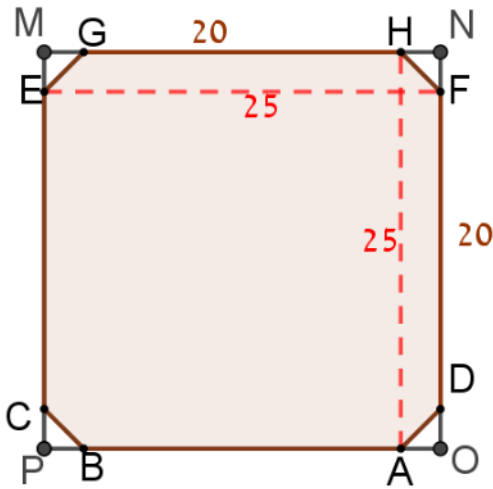
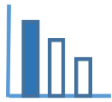
$$\frac{(20+25) \cdot 2.5}{2} = 56.25 \text{ סמ"ר שטח EGHF}$$

שטח האריח המתומן:

$$2 \cdot 56.25 + 25 \cdot 20 = 612.5 \text{ סמ"ר}$$

$$20^2 = 400 \text{ סמ"ר שטח האריח הריבועי:}$$





דרך ב

נמצא את אורכם של EF ו GH כמו בדרך א.
 נשלים את האריח המתומן $GHFDABE$ למרובע $MNOP$.

$$\sphericalangle NHF = \sphericalangle NFH = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

$$\sphericalangle HNF = 90^\circ$$

בדרך דומה ניתן להוכיח כי כל זוויות המרובע $MNOP$ שוות ל 90° .

$$MN = EF = HA = NO = 25 \text{ ס"מ}$$

$MNOP$ הוא רבוע ששטחו 625 סמ"ר .

$$MG = HN = 0.5(25 - 20) = 2.5 \text{ ס"מ}$$

$$DO = NF = 0.5(25 - 20) = 2.5 \text{ ס"מ}$$

שטח כל אחד מהמשולשים שנוספו למתומן שווה ל:

$$0.5 \cdot 2.5 \cdot 2.5 = 3.125 \text{ סמ"ר}$$

שטח האריח המתומן:

$$625 - 4 \cdot 3.125 = 612.5 \text{ סמ"ר}$$

דרך ג

נמצא את FE ו GH כמו בדרך א.

שטח המלבן המסומן בתמונה הוא

$$110 \cdot 65 = 7150 \text{ סמ"ר}$$

שטח אריח ריבועי שווה ל $400 \text{ סמ"ר} = 20^2$

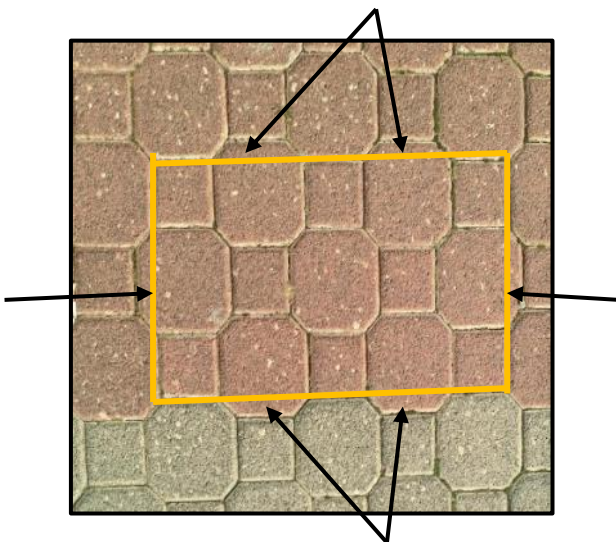
שטח המלבן המסומן מכיל 8 אריחים בצורת רבוע

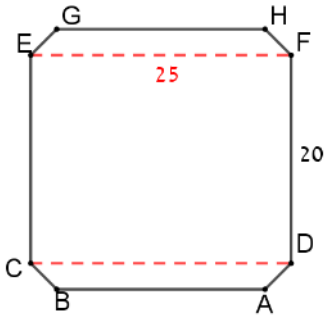
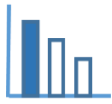
$$\text{ששטחם: } 8 \cdot 20^2 = 3200 \text{ סמ"ר}$$

וכן השטח מכיל 7 אריחים מתומנים פחות 6 צורות חופפות בצורת טרפז (שהן חלק מהאריח המתומן)

שטח אריח מתומן שווה לשטח של שני טרפזים ועוד

שטח מלבן השווה ל 500 סמ"ר .





נסמן שטח טרפז כזה ב: P

$$3200 + 7(500 + 2P) - 6P = 7150$$

$$P = 56.25 \text{ סמ"ר}$$

שטח אריח מתומן:

$$500 + 2 \cdot 56.25 = 612.5 \text{ סמ"ר}$$

שאלות לדיון

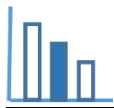
השוואה בין דרכי הפתרון השונות שיוצגו בכתה:

במה דומות הדרכים השונות?

במה נבדלות הדרכים השונות?

על איזו דרך פתרון חשבתם לראשונה?

האם תוכלו למצוא דרך פתרון נוספת?



משימה: ריצוף - שטח כל אריח

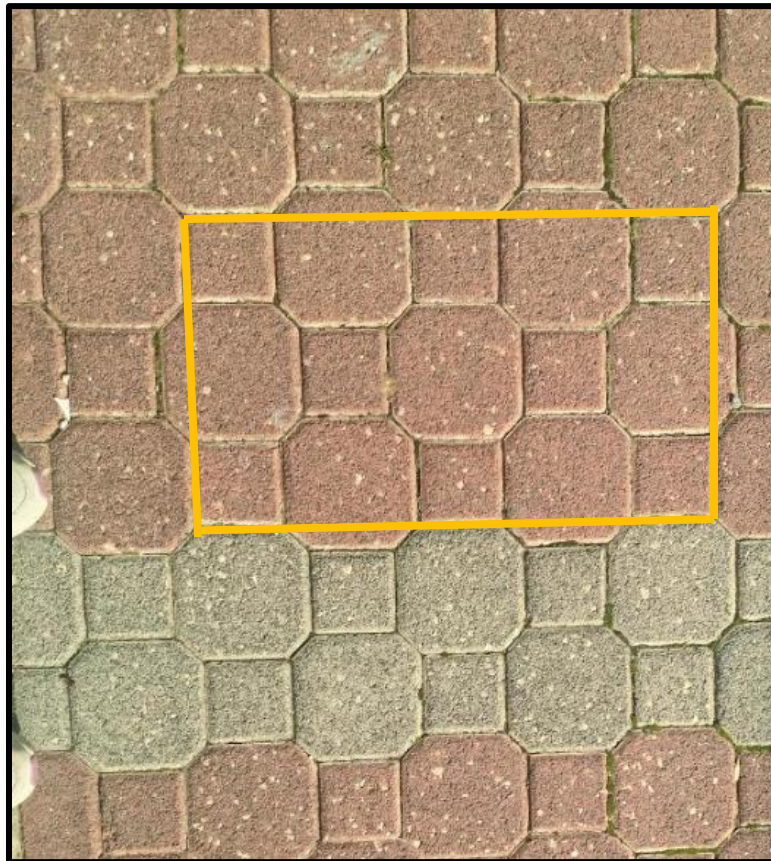
פתרו את הבעיה הבאה

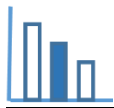
לפניכם משטח המרוצף בשני סוגי אריחים.

על המשטח מסומן מלבן שצלע אחת שלו בת 110 ס"מ והשנייה בת 65 ס"מ.

ידוע כי זוויות האריח בצורת מתומן שוות כולן ל 135 מעלות.

מצאו את שטח האריח בצורת ריבוע ואת שטח האריח בצורת מתומן. תוכלו להיעזר ביישומון המצורף.





פתרונות אפשריים

דרך א

נסמן:

$$GH = FK = X$$

$$EF = Y$$

$$3X + 2Y = 110$$

$$2X + Y = 65$$

$$X = 20 \text{ ס"מ}$$

$$Y = 25 \text{ ס"מ}$$

$$\angle HFJ = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$$

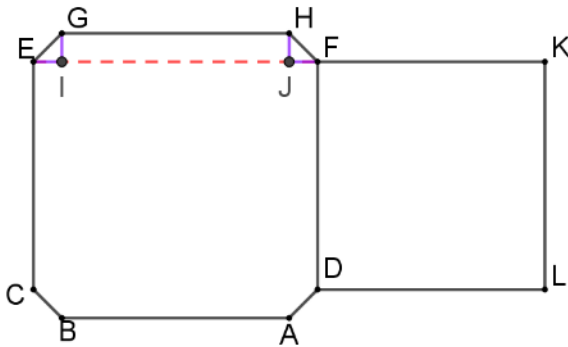
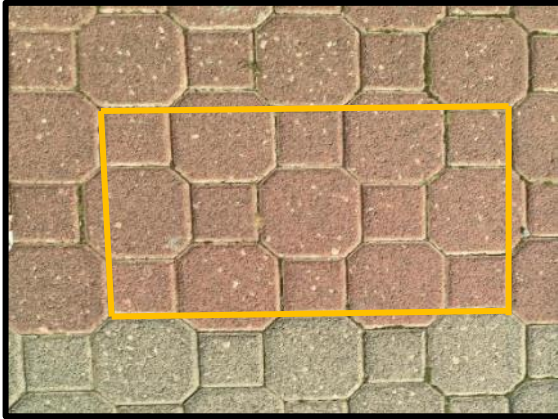
$$HJ = FJ = (25-20)/2 = 2.5$$

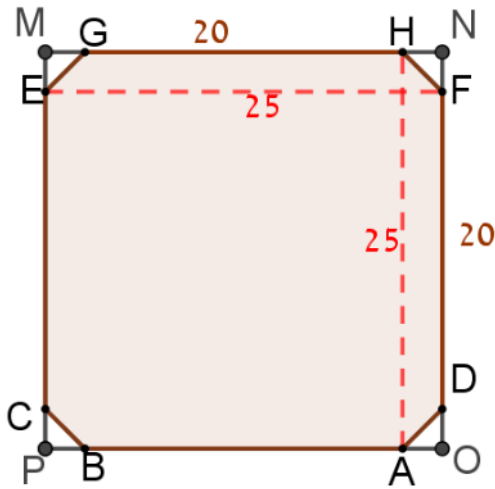
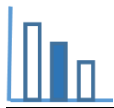
$$\frac{(20+25) \cdot 2.5}{2} = 56.25 \text{ סמ"ר שטח EGHF}$$

שטח האריח המתומן:

$$2 \cdot 56.25 + 25 \cdot 20 = 612.5 \text{ סמ"ר}$$

$$20^2 = 400 \text{ סמ"ר שטח האריח הריבועי}$$





דרך ב

נמצא את אורכם של EF ו GH כמו בדרך א.
 נשלים את האריח המתומן GHFDABE למרובע
 MNOP.

$$\angle NHF = \angle NFH = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

$$\angle HNF = 90^\circ$$

בדרך דומה ניתן להוכיח כי כל זוויות המרובע
 MNOP שוות ל 90° .

$$MN = EF = HA = NO = 25 \text{ ס"מ}$$

MNOP הוא רבוע ששטחו 625 סמ"ר.

$$MG = HN = 0.5(25 - 20) = 2.5 \text{ ס"מ}$$

$$DO = NF = 0.5(25 - 20) = 2.5 \text{ ס"מ}$$

שטח כל אחד מהמשולשים שנוספו למתומן שווה ל:

$$0.5 \cdot 2.5 \cdot 2.5 = 3.125 \text{ סמ"ר}$$

שטח האריח המתומן:

$$625 - 4 \cdot 3.125 = 612.5 \text{ סמ"ר}$$

דרך ג

נמצא את FE ו GH כמו בדרך א.

שטח המלבן המסומן בתמונה הוא

$$110 \cdot 65 = 7150 \text{ סמ"ר}$$

שטח אריח ריבועי שווה ל $400 \text{ סמ"ר} = 20^2$

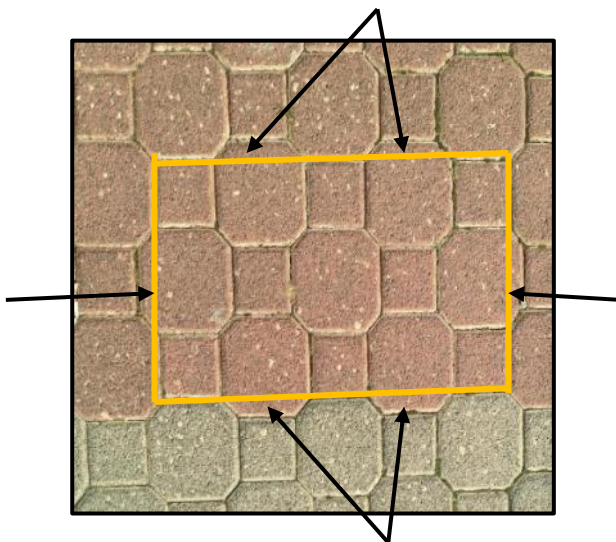
שטח המלבן המסומן מכיל 8 אריחים בצורת רבוע

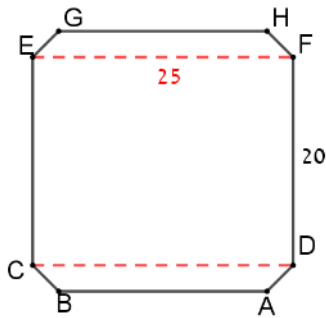
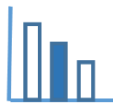
$$\text{ששטחם: } 8 \cdot 20^2 = 3200 \text{ סמ"ר}$$

וכן השטח מכיל 7 אריחים מתומנים פחות 6 צורות
 חופפות בצורת טרפז (שהן חלק מהאריח המתומן)

שטח אריח מתומן שווה לשטח של שני טרפזים ועוד

שטח מלבן השווה ל 500 סמ"ר.





נסמן שטח טרפז כזה ב: P

$$3200 + 7(500 + 2P) - 6P = 7150$$

$$P = 56.25 \text{ סמ"ר}$$

שטח אריח מתומן:

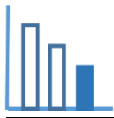
$$500 + 2 \cdot 56.25 = 612.5 \text{ סמ"ר}$$

שאלות לדיון

השוואה בין דרכי הפתרון השונות שיוצגו בכתה:

- במה דומות הדרכים השונות?
- במה נבדלות הדרכים השונות?
- האם תוכלו למצוא דרך פתרון נוספת?

האם יש נתון מיותר בשאלה? (הנתון המיותר הוא שכל אחת מזוויות המתומן בת 135° , ניתן להוכיח זאת מהתבוננות במשטח המרוצף - ראו פתרון המשימה - סעיף א', ברמה מתקדמת).



משימה: ריצוף - שטח כל אריח

פתרו את הבעיה הבאה

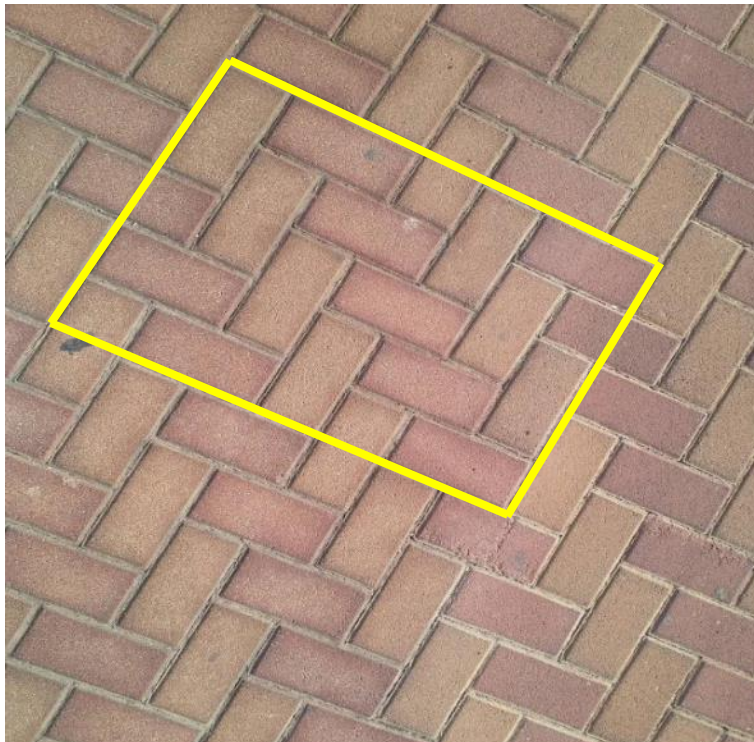
לפניכם משטח המרוצף באריחים בצורת מלבן.
א. התבוננו בתמונה ומצאו פי כמה גדולה הצלע הארוכה של כל אריח, מצלעו הקצרה. נמקו תשובתכם.

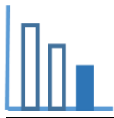
על המשטח מסומן מלבן ששטחו 3500 סמ"ר.

ב. מצאו את השטח של כל אריח.

ג. מצאו את היקפו של כל אריח.

תוכלו להיעזר ביישומון המצורף.

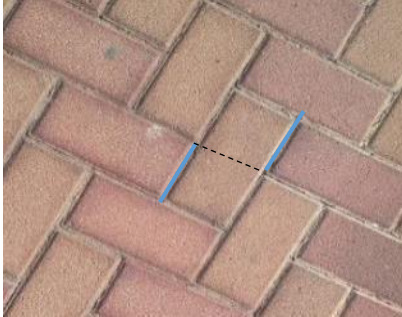




פתרונות אפשריים

סעיף א

צלעו הארוכה של כל אריח גדולה פי 2 מצלעו הקצרה.



סעיפים ב ו ג

דרך א

במשטח המסומן ישנם 15 אריחים שלמים ועוד 5 חצאי אריחים.

סה"כ 17.5 אריחים.

שטח כל אריח: $200 \text{ סמ}^2 = 17.5$

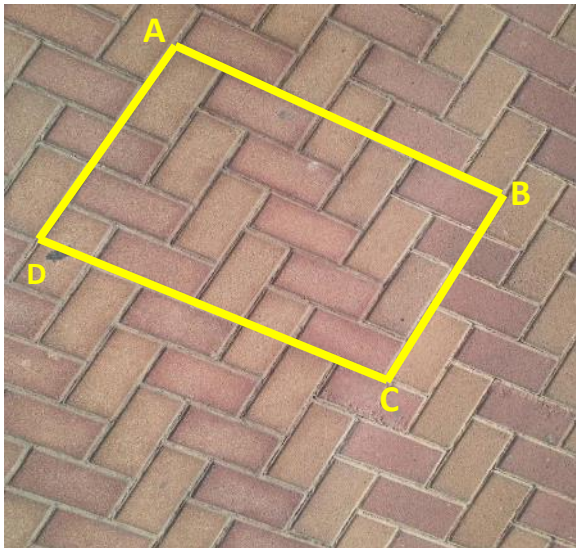
נסמן: אורך צלע אחת של האריח: $x \text{ ס"מ}$

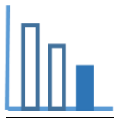
אורך צלע שנייה של האריח $2x \text{ ס"מ}$

$$2x^2 = 200 \text{ שטח האריח:}$$

$$10 \text{ ס"מ} = x, 20 \text{ ס"מ} = 2x$$

היקפו של כל אריח: 60 ס"מ





דרך ב

נסמן: אורך צלע אחת של האריח: x ס"מ

אורך צלע שנייה של האריח $2x$ ס"מ

צלע AB של המשטח המסומן שווה ל $7x = 2 \cdot (2x) + 3 \cdot x$

צלע BC של המשטח המסומן שווה ל $5x = 2 \cdot x + 3 \cdot x$

שטחו של המשטח המסומן: $7x \cdot 5x = 3500$

10 ס"מ $x =$, 20 ס"מ $2x =$

שטח כל אריח: 200 סמ"ר, היקפו של כל אריח 60 ס"מ.

שאלות לדיון

השוואה בין דרכי הפתרון השונות שיוצגו בכתה:

במה דומות הדרכים השונות?

במה נבדלות הדרכים השונות?

האם תוכלו למצוא דרך פתרון נוספת?