

מאור

מתמטיקה אוריינית בחטיבת ביניים



גל ירוק - קריאת גרפים

המשימה קיימת ב – 2 רמות



כל הזכויות שמורות ל
לייקין ר. וצוות מאור, אוניברסיטת חיפה

אין להעתיק, לצלם או לשכפל חוברת זו
או קטעים ממנה בשום אמצעי





פרטי התקשרות:

maor@labs.edu.haifa.ac.il

04-8288351



תעודת זהות של המשימה

| | |
|---|--|
| <p>קריאת מידע מהגרפים, בעיות מילוליות, מעברים בין יחידות מידה שונות</p> | <p>נושא מתוכנית הלימודים לשילוב המשימה</p> |
| <p>ח'</p> | <p>כיתה</p> |
| <p>עד 45 דקות</p> | <p>זמן נדרש ליישום המשימה (עד 45 דקות)</p> |
| <p>שימוש בתכונות של פונקציות (תחום הגדרה, טווח ערכים, תחומי עליה וירידה, נקודות קיצון, קצב שינוי של פונקציה, נקודות החיתוך עם הצירים) בהסקת מסקנות בהקשר לסיטואציה מחיי היומיום של נהיגה. חישוב מהירות ממוצעת. זאת בהבחנה בין המידע הנתון באמצעות שני גרפים נתונים. בדיקת נכונות טענות הקשורות לגרפים נתונים.</p> | <p> ידע ומיומנויות מתמטיים הנדרשים לפתרון המשימה</p> |
| <p>שימוש בתכונות של פונקציות (תחום הגדרה, טווח ערכים, תחומי עליה וירידה, נקודות קיצון, קצב שינוי של פונקציה, נקודות החיתוך עם הצירים) בהסקת מסקנות בהקשר לסיטואציה מחיי היומיום של נהיגה. חישוב מהירות ממוצעת. זאת בהבחנה בין המידע הנתון באמצעות שני גרפים נתונים. בדיקת נכונות טענות הקשורות לגרפים נתונים.</p> | <p> אוריינות קונטקסטואלית</p> |
| <p>בהפעלת הגל הירוק הרמזורים מתואמים כדי לאפשר לרוכבי אופניים לרכוב על אופניים דרך סדרה של רמזורים ירוקים.</p> | <p> ידע ומיומנויות שהמשימה יכולה לקדם</p> |
| <p>בהפעלת הגל הירוק הרמזורים מתואמים כדי לאפשר לרוכבי אופניים לרכוב על אופניים דרך סדרה של רמזורים ירוקים.</p> | <p> הנחיות קצרות לעבודה עם המשימה</p> |
| <p>הבנת המושג מהירות ממוצעת. הבנה כי נסיעה במהירות המותרת למודל שעומד מאחורי המערכת הגל הירוק מאפשרת לחסוך בזמן נסיעה. ייתכן שבדיון במליאה יעלה שפרט לחיסכון בזמן יש חיסכון בדלק וכתוצאה מכך חיסכון גם בכסף ובנוסף המערכת עוזרת למנוע בלאי שנוצר במכונית כאשר מבצעים שינויים חדים במהירויות.</p> | <p>הקדמה קצרה בכיתה על מערכת הגל הירוק ומטרותיה. עבודה בקבוצות של 2-3 תלמידים ולבסוף דיון במליאה. (אפשר לצפות בסרטון)</p> |

משימה: גל ירוק - קריאת גרפים

תיאור סיטואציה

גל ירוק היא תוכנה של מערכת בקרת רמזורים (שלושה או יותר) הנמצאים על ציר נסיעה. הגל הירוק מאפשר תנועה רציפה (ללא עצירה) כאשר כל הרמזורים בציר הנסיעה נותנים אור ירוק.



עיריית קופנהגן הקימה ברחוב Nørrebrogade שאורכו 2,200 מטר, מערכת של גל ירוק לרוכבי אופניים. החל מהשעה 6:30 בבוקר ועד הצהריים, הרמזורים מתואמים כדי לאפשר לרוכבי אופניים לרכוב על אופניים דרך סדרה של רמזורים ירוקים.



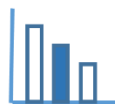
שלטים מאפשרים לרוכבי אופניים להיות מודעים להפעלת מערכת הגל הירוק ולהתאים את מהירותם. לפי דברי מהנדסי העיריה, רוכב שנוסע ברחוב זה במהירות ממוצעת של 20 קמ"ש יוכל לעבור אותו ברמזורים ירוקים.

הידעת:

מהי מהירות ממוצעת?

$$\text{מהירות ממוצעת של הגוף} = \frac{\text{הדרך שעבר הגוף}}{\text{הזמן שעבר}}$$

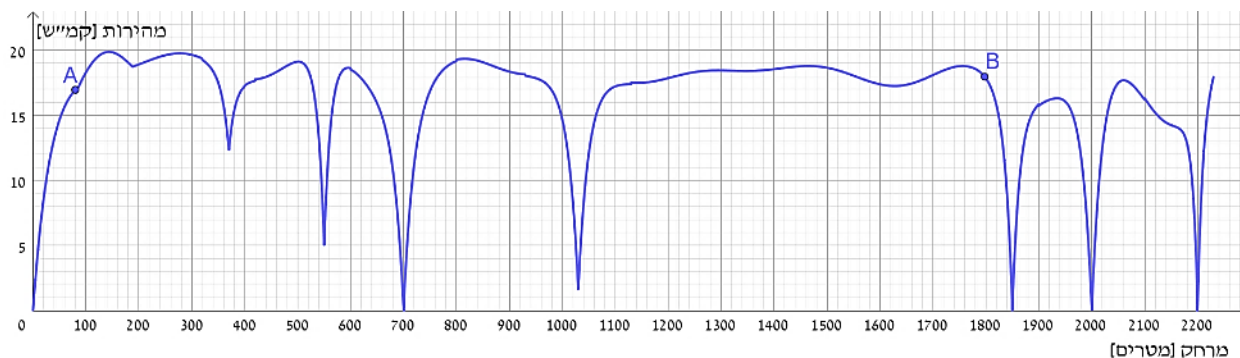
(גם אם הגוף אינו נע במהירות קבועה).



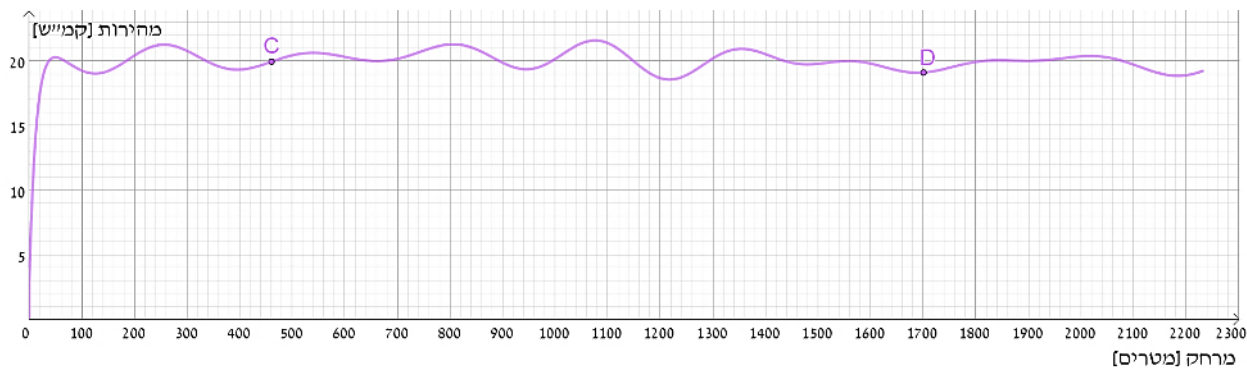
פתרו את הבעיה הבאה

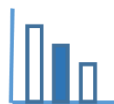
שני הגרפים שלפניכם מציגים את המהירות של רוכבת האופניים שנסעת לפני הפעלת הגל הירוק (גרף עליון) והמהירות של רוכב האופניים אחרי הפעלתה (גרף תחתון).

המהירות של רוכבת האופניים לפני הפעלת המערכת גל ירוק



המהירות של רוכב האופניים אחרי הפעלת המערכת גל ירוק

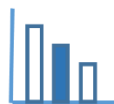




בעיה 1

התבוננו בשני הגרפים וענו על השאלות הבאות (הבחינו בין הנסיעה כשמערכת הגל הירוק מופעלת לבין כשהיא לא מופעלת):

- א. מהי המשמעות של הנקודות A ו-B המסומנות על הגרף העליון?
מהי המשמעות של הנקודות C ו-D המסומנות על הגרף התחתון?
- ב. העריכו מה הייתה המהירות של כל אחד מרכבי האופניים ברגע שעברו את המחצית הראשונה של הרחוב? (אורך הרחוב 2,200 מטר)
- ג. סמנו על הגרף התחתון נקודות מתאימות להמלצה של מהנדסי העיריה:
"רוכב שנסע ברחוב זה במהירות של 20 קמ"ש יוכל לעבור אותו ברמזורים ירוקים".
- ד. העריכו: מהי המהירות הגבוהה ביותר של כל אחד מרכבי האופניים?
העריכו: מהי המהירות הנמוכה ביותר של רוכב האופניים שנסע ללא הפעלת הגל הירוק?
ציינו: באיזה/באילו מרחק/ים, החל מתחילת הנסיעה, המהירות הייתה מקסימאלית/ מינימאלית.



בעיה 2

לפניכם 5 טענות המתייחסות לגרפים הנתונים.

(רוכבת האופניים נוסעת ללא גל ירוק, ואילו רוכב האופניים נוסע עם גל ירוק)

קבעו נכון או לא נכון או אי-אפשר לקבוע, הסבירו כיצד קבעתם.

טענה 1: במרחק של 500 מטר מתחילת הנסיעה, מהירותה של **רוכבת** האופניים הייתה כ-19 קמ"ש.

נכון / לא נכון / אי-אפשר לקבוע

טענה 2: אחרי 2 דקות מתחילת הנסיעה ה**רוכב** היה במרחק של 200 מטר מתחילת הרחוב.

נכון / לא נכון / אי-אפשר לקבוע

טענה 3: ברמזור הראשון **רוכבת** האופניים עצרה למשך 5 שניות.

נכון / לא נכון / אי-אפשר לקבוע

טענה 4: **רוכב** האופניים ביצע בלימות חזקות וכתוצאה מכך הקטין באופן משמעותי את המהירות.

נכון / לא נכון / אי-אפשר לקבוע

טענה 5: החל מתחילת הנסיעה, **רוכבת** האופניים עצרה לגמרי:

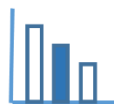
2 פעמים נכון / לא נכון / אי-אפשר לקבוע

3 פעמים נכון / לא נכון / אי-אפשר לקבוע

4 פעמים נכון / לא נכון / אי-אפשר לקבוע

5 פעמים נכון / לא נכון / אי-אפשר לקבוע

6 פעמים נכון / לא נכון / אי-אפשר לקבוע



פתרונות אפשריים

בעיה 1

סעיף א:

שיעורי הנקודות A ו-B מייצגות את המהירויות של רוכבת האופניים הנוסעת ללא הפעלת מערכת גל ירוק בהתאם למרחק שעברה. ואילו הנקודות C ו-D מייצגות את המהירויות של רוכב האופניים הנוסע כאשר מערכת גל ירוק מופעלת בהתאם למרחק שעבר.

- הנקודה A – במרחק של כ-80 מטרים מתחילת הנסיעה מהירותה של רוכבת האופניים הייתה כ-17 קמ"ש.
- הנקודה B – במרחק של כ-1.8 ק"מ מתחילת הנסיעה מהירותה של רוכבת האופניים הייתה כ-18 קמ"ש.
- הנקודה C – במרחק של כ-460 מטרים מתחילת הנסיעה מהירותו של רוכב האופניים הייתה כ-20 קמ"ש.
- הנקודה D – במרחק של כ-1.7 ק"מ מתחילת הנסיעה מהירותו של רוכב האופניים הייתה כ-19 קמ"ש.

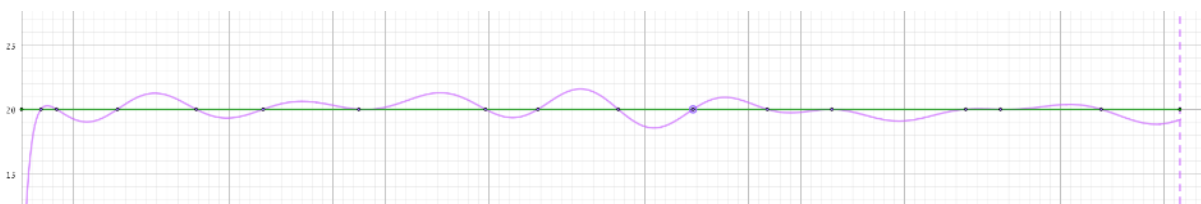
סעיף ב:

תשובות אפשריות:

- ללא הפעלת מערכת גל ירוק המהירות הייתה גבוהה בקצת מ-17 קמ"ש.
- כאשר מערכת גל ירוק מופעלת המהירות הייתה גבוהה בקצת מ-21 קמ"ש.

סעיף ג:

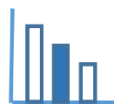
ניתן להיעזר בקו ישר $y = 20$ כדי לסמן את הנקודות המתאימות להמלצה של מהנדסי העיריה: "רוכב שנוסע ברוחב זה במהירות של 20 קמ"ש יוכל לעבור אותו ברמזורים ירוקים".



סעיף ד:

הקו הירוק מופעל: במרחק של כ-1,080 מטרים מתחילת הנסיעה רוכבת האופניים נסעה במהירות המקסימאלית של כ-22 קמ"ש.

ללא הפעלת מערכת הקו הירוק: במרחק של כ-140 מטר מתחילת הנסיעה רוכב האופניים נוסע במהירות המקסימאלית של כ-20 קמ"ש. המהירות המינימאלית הינה 0 קמ"ש כאשר רוכב האופניים עוצר ברמזורים. הדבר קורה במרחקים הבאים: 700 מטר, 1.85 ק"מ, 2 ק"מ ו-2.2 ק"מ מתחילת הנסיעה.



בעיה 2

טענה 1: טענה נכונה

טענה 2: טענה לא נכונה

לפי הגרף במרחק של 200 מטר מתחילת הנסיעה מהירותו של רוכב האופניים הייתה כ-20 קמ"ש.

לרוכב האופניים לקח פחות מדקה לעבור את המרחק 200 מטר:

$$t \approx \frac{0.2}{20} = 0.01 \text{ שעה} < 2 \text{ דקות}$$

טענה 3: אי-אפשר לקבוע

הפונקציה מתארת את הקשר בין מהירותה של רוכבת האופניים לבין מרחק שעברה. לכן, לא ניתן לקבוע לפי הנתונים את משך זמן העצירה ברמזור.

טענה 4: טענה לא נכונה

לפי גרף הפונקציה ניתן להבחין במהירות מתונה של רוכב האופניים בין כ-18 קמ"ש לבין כ-22 קמ"ש לאורך כל הנסיעה.

טענה 5:

לגרף הראשון יש 4 נקודות חיתוך עם ציר ה-x שיכולות לייצג את העצירה ברמזורים. לכן ניתן להסיק כי החל מתחילת הנסיעה, רוכבת האופניים עצרה לגמרי 4 פעמים.

משימה: גל ירוק - קריאת גרפים

תיאור סיטואציה

גל ירוק היא תוכנה של מערכת בקרת רמזורים (שלושה או יותר) הנמצאים על ציר נסיעה. הגל הירוק מאפשר תנועה רציפה (ללא עצירה) כאשר כל הרמזורים בציר הנסיעה נותנים אור ירוק.



עיריית קופנהגן הקימה ברחוב Nørrebrogade שאורכו 2,200 מטר, מערכת של גל ירוק לרוכבי אופניים. החל מהשעה 6:30 בבוקר ועד הצהריים, הרמזורים מתואמים כדי לאפשר לרוכבי אופניים לרכוב על אופניים דרך סדרה של רמזורים ירוקים.



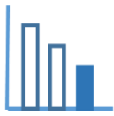
שלטים מאפשרים לרוכבי אופניים להיות מודעים להפעלת מערכת הגל הירוק ולהתאים את מהירותם. לפי דברי מהנדסי העיריה, רוכב שנוסע ברחוב זה במהירות ממוצעת של 20 קמ"ש יוכל לעבור אותו ברמזורים ירוקים.

הידעת:

מהי מהירות ממוצעת?

$$\text{מהירות ממוצעת של הגוף} = \frac{\text{הדרך שעבר הגוף}}{\text{הזמן שעבר}}$$

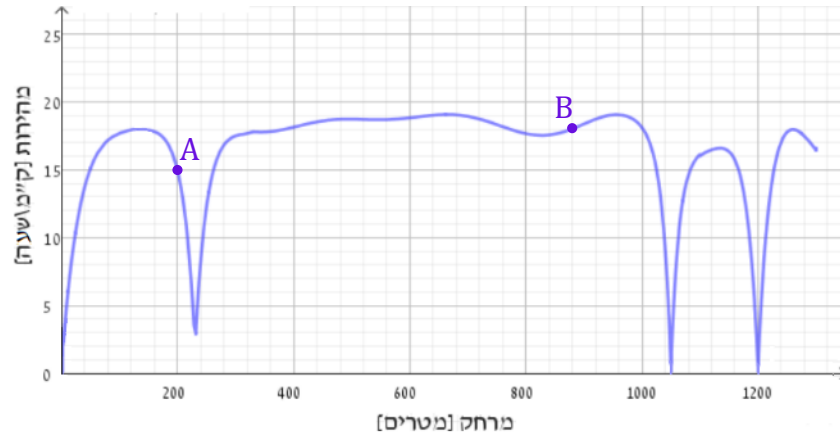
(גם אם הגוף אינו נע במהירות קבועה).



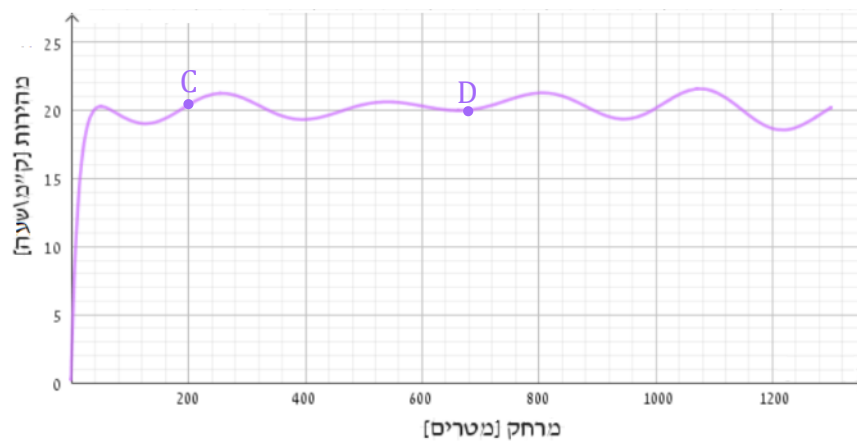
פתרו את הבעיה הבאה

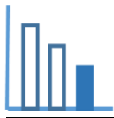
שני הגרפים שלפניכם מציגים את המהירות של רוכבת האופניים שנוסעת לפני הפעלת הגל הירוק (גרף עליון) והמהירות של רוכב האופניים אחרי הפעלתה (גרף תחתון).

המהירות של רוכבת האופניים לפני הפעלת מערכת הגל הירוק



המהירות של רוכב האופניים אחרי הפעלת מערכת הגל הירוק

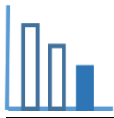




בעיה 1

התבוננו בשני הגרפים וענו על השאלות הבאות (הבחינו בין הנסיעה כשמערכת הגל הירוק מופעלת לבין כשהיא לא מופעלת):

- א. מהי המשמעות של הנקודות A ו-B המסומנות על הגרף העליון?
- מהי המשמעות של הנקודות C ו-D המסומנות על הגרף התחתון?
- ב. מהו המרחק (בקירוב) שעבר כל אחד מרכבי האופניים?
- ג. מה הייתה המהירות של כל אחד מרכבי האופניים, כאשר המרחק שעבר היה:
(1) 240 מטר (2) 800 מטר (3) 1 קילומטר
- ד. סמנו על הגרף התחתון נקודות מתאימות להמלצה של מהנדסי העיריה:
"רוכב שנסע ברוחב זה במהירות של כ- 20 קמ"ש, יוכל לעבור אותו ברמזורים ירוקים".
- ה. העריכו: מהי המהירות הגבוהה ביותר של כל אחד מרכבי האופניים?
העריכו: מהי המהירות הנמוכה ביותר של רוכב האופניים שנסע ללא הפעלת הגל הירוק?
ציינו: באיזה/באילו מרחק/ים, החל מתחילת הנסיעה, המהירות הייתה מקסימאלית/ מינימאלית.



בעיה 2

לפניכם 5 טענות המתייחסות לגרפים הנתונים.

(רוכבת האופניים נוסעת ללא גל ירוק, ואילו רוכב האופניים נוסע עם גל ירוק)

קבעו נכון או לא נכון או אי-אפשר לקבוע, הסבירו כיצד קבעתם.

טענה 1: לאורך כל הנסיעה, מהירותה של **רוכבת** האופניים הייתה נמוכה מ-20 קמ"ש.

נכון / לא נכון / אי-אפשר לקבוע

טענה 2: אחרי 2 דקות מתחילת הנסיעה, ה**רוכב** היה במרחק של 200 מטר מתחילת הרחוב.

נכון / לא נכון / אי-אפשר לקבוע

טענה 3: ברמזור הראשון **רוכבת** האופניים עצרה למשך 5 שניות.

נכון / לא נכון / אי-אפשר לקבוע

טענה 4: **רוכב** האופניים ביצע בלימות חזקות וכתוצאה מכך הקטין באופן משמעותי את המהירות.

נכון / לא נכון / אי-אפשר לקבוע

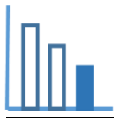
טענה 5: החל מתחילת הנסיעה, **רוכבת** האופניים עצרה לגמרי:

2 פעמים נכון / לא נכון / אי-אפשר לקבוע

3 פעמים נכון / לא נכון / אי-אפשר לקבוע

4 פעמים נכון / לא נכון / אי-אפשר לקבוע

5 פעמים נכון / לא נכון / אי-אפשר לקבוע



פתרונות אפשריים

בעיה 1

סעיף א:

שיעורי הנקודות A ו-B מייצגות את המהירויות של רוכבת האופניים הנוסעת ללא הפעלת מערכת גל ירוק בהתאם למרחק שעברה. ואילו הנקודות C ו-D מייצגות את המהירויות של רוכב האופניים הנוסע כאשר מערכת גל ירוק מופעלת בהתאם למרחק שעבר.

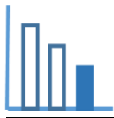
- הנקודה A – במרחק של כ- 200 מטרים מתחילת הנסיעה מהירותה של רוכבת האופניים הייתה כ-15 קמ"ש.
- הנקודה B – במרחק של כ-880 מטרים מתחילת הנסיעה מהירותה של רוכבת האופניים הייתה כ-18 קמ"ש.
- הנקודה C – במרחק של כ-200 מטרים מתחילת הנסיעה מהירותו של רוכב האופניים הייתה כ-21 קמ"ש.
- הנקודה D – במרחק של כ-680 מטרים מתחילת הנסיעה מהירותו של רוכב האופניים הייתה כ-20 קמ"ש.

סעיף ב:

כל אחד מרוכבי האופניים עבר מרחק של כ-1.3 ק"מ.

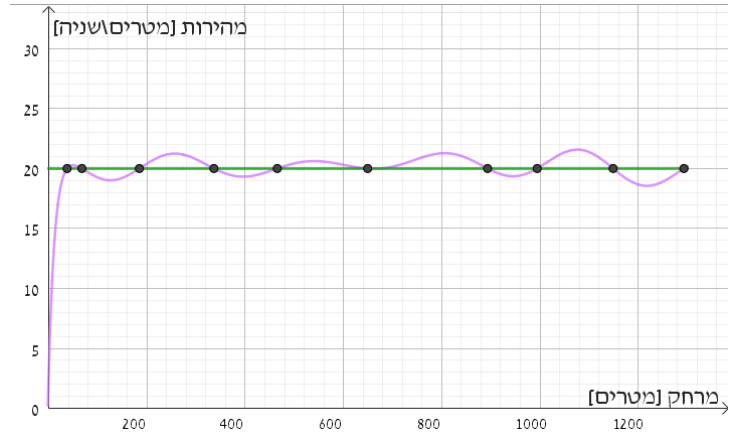
סעיף ג:

| מרחק | ללא הפעלת הגל הירוק | הגל הירוק מופעלת |
|-----------|---------------------|------------------|
| 240 מטר | כ-7 קמ"ש | כ-21 קמ"ש |
| 800 מטר | כ-18 קמ"ש | כ-21 קמ"ש |
| 1 קילומטר | כ-18 קמ"ש | כ-20 קמ"ש |



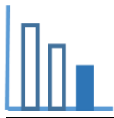
סעיף ד:

ניתן להיעזר בקו ישר $y = 20$ כדי לסמן את הנקודות המתאימות להמלצה של מהנדסי העיריה:
"רוכב שנסע ברחוב זה במהירות של 20 קמ"ש יוכל לעבור אותו ברמזורים ירוקים".



סעיף ה:

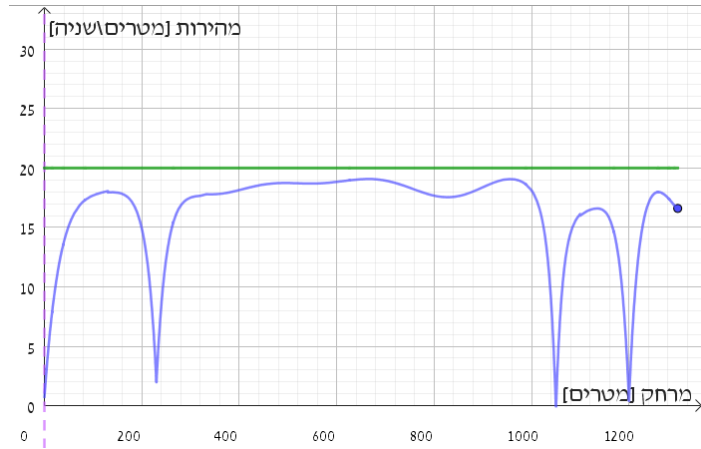
הקו הירוק מופעל: במרחק של כ-1,080 מטרים מהירות המקסימאלית של כ-21.5 קמ"ש.
ללא הפעלת מערכת הקו הירוק: במרחק של כ-650 מטר ובמרחק של 960 מטר מתחילת הנסיעה רוכב האופניים נוסע במהירות המקסימאלית של כ-19 קמ"ש. המהירות המינימאלית הינה 0 קמ"ש כאשר רוכב האופניים עוצר ברמזורים. הדבר קורה במרחקים הבאים: כ-1.4 ק"מ, 1.2 ק"מ מתחילת הנסיעה.



בעיה 2

טענה 1: טענה נכונה

ניתן לראות כי גרף הפונקציה המתאר את השתנות המהירות של רוכבת האופניים כתלות במרחק שעברה מתחילת הנסיעה נמצא מתחת לקו ישר $y = 20$. כלומר, לאורך כל הדרך הרוכבת נסעה במהירות נמוכה מ-20 קמ"ש.



טענה 2: טענה לא נכונה

לפי הגרף במרחק של 200 מטר מתחילת הנסיעה מהירותו של רוכב האופניים הייתה כ-20 קמ"ש. לרוכב האופניים לקח פחות מדקה לעבור את המרחק 200 מטר:

$$2 \text{ דקות} < 0.01 \text{ שעה} = \frac{0.2}{20} \approx t$$

טענה 3: אי-אפשר לקבוע

הפונקציה מתארת את הקשר בין מהירותה של רוכבת האופניים לבין מרחק שעברה. לכן, לא ניתן לקבוע לפי הנתונים את משך זמן העצירה ברמזור.

טענה 4: טענה לא נכונה

לפי גרף הפונקציה ניתן להבחין במהירות מתונה של רוכב האופניים בין כ-18 קמ"ש לבין כ-22 קמ"ש לאורך כל הנסיעה.

טענה 5:

לגרף הראשון יש 2 נקודות חיתוך עם ציר ה-x שיכולות לייצג את העצירה ברמזורים. לכן ניתן להסיק כי החל מתחילת הנסיעה, רוכבת האופניים עצרה לגמרי 2 פעמים.