

מאור

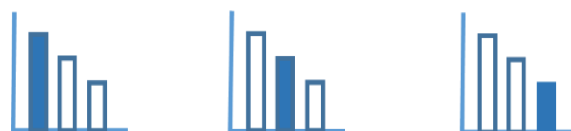
מתמטיקה אוריינית בחטיבת ביניים



המרחק מהרכבל



המשימה קיימת ב – 3 רמות



התכנים נוצרו על ידי מכון ויצמן למדע במימון קרן טראמפ. © כל הזכויות שמורות למכון ויצמן למדע. מסמך זה מיועד לצורכי הוראה בלבד ואין לעשות בו כל שימוש מסחרי או אחר.







פרטי התקשרות:

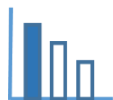
maor@labs.edu.haifa.ac.il

04-8288351



תעודת זהות של המשימה

נושא מתוכנית הלימודים לשילוב המשימה		בעיה מילולית, וייצוגיה השונים של פונקציה קווית.
כיתה		ח, ט
זמן נדרש ליישום המשימה (עד 45 דקות)		45 דקות
ידע ומיומנויות מתמטיים הנדרשים לפתרון המשימה		מושג המהירות, יחס ישר והפוך, ייצוג גרפי של פונקציה קווית.
		מושג המהירות, יחס ישר והפוך, ייצוג גרפי של פונקציה קווית.
		מושג המהירות, יחס ישר והפוך, ייצוג גרפי של פונקציה קווית.
אוריינות קונטקסטואלית		הנתונים בבעיה אינם מוחלטים ויש צורך להשלים נתונים חסרים תוך הנחת הנחות. הבעיה היא מעין בעיית הספק (עבודה) המחופשת לבעיית תנועה.
		הנתונים בבעיה אינם מוחלטים ויש צורך להשלים נתונים חסרים תוך הנחת הנחות. הבעיה היא מעין בעיית הספק (עבודה) המחופשת לבעיית תנועה.
		הנתונים בבעיה אינם מוחלטים ויש צורך להשלים נתונים חסרים תוך הנחת הנחות. הבעיה היא מעין בעיית הספק (עבודה) המחופשת לבעיית תנועה.
ידע ומיומנויות שהמשימה יכולה לקדם		חשיבה פרופורציונאלית ואומדן, קישור בין ייצוג גרפי ומילולי של סיטואציה
הנחיות קצרות לעבודה עם המשימה		מומלץ לארגן תלמידים בקבוצות הטרוגניות כדי שלכל התלמידים (גם אלה שהישגיהם אינם גבוהים בדרך כלל) יוכלו לתרום רעיונות, ולהזמין קבוצות להציג רעיונות במליאה – תחילה למקרים פרטיים ובהמשך הכללה עם הוכחה.
קישור למדריך באתר התוכנית		



המרחק מהרכבל



צילום: א' הרבני

השלט הבא נמצא באי מיאג'ימה ביפן.
התרגום לעברית של הכיתוב היפני והאנגלי הוא:
"10 דקות בהליכה (או 7 דקות בריצה קלה) לתחנת הרכבל".

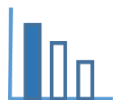
1. נסו לאמוד את המרחק מהשלט לתחנת הרכבל. הסבירו כיצד הערכתם.

2. נאמר לנו שהשלט נכתב על ידי קוקי, צעיר יפני שמדד כמה זמן אורכת הליכתו וכמה זמן אורכת ריצתו מהשלט ועד תחנת הרכבל.

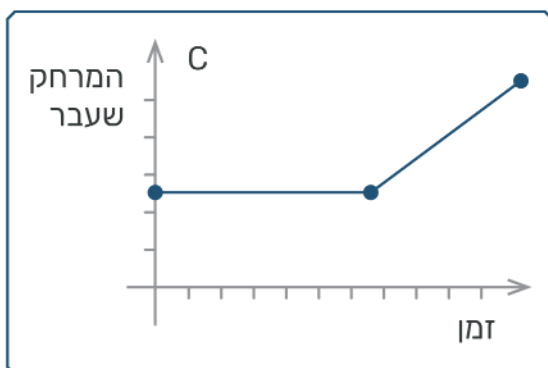
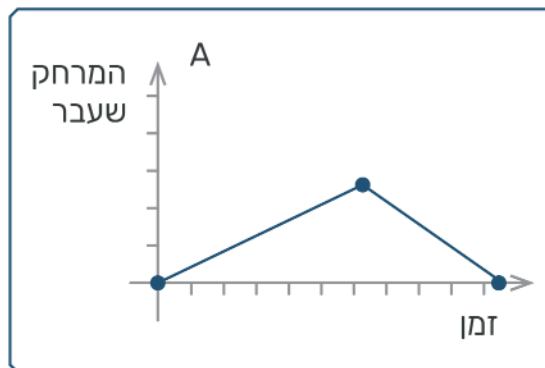
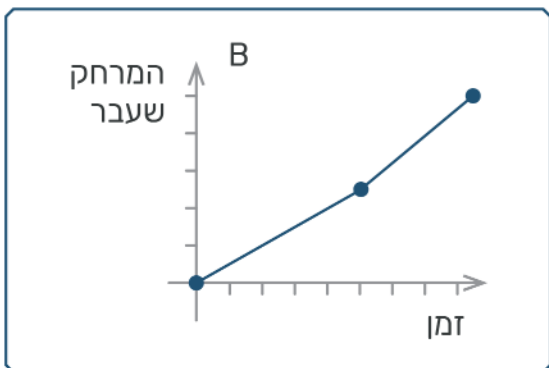
א. בהנחה שמהירות ההליכה של קוקי היא 4 קמ"ש, מה מהירותו בריצה קלה?

ב. קוקי, הוריו ויוטו אחיו הצעיר הגיעו לשלט, והחליטו שכל אחד יילך לתחנת הרכבל בקצב ההליכה הרגיל שלו. נסו לתת תחזית לפי נתוני המהירות: תוך כמה זמן יגיע כל אחד מהם אל התחנה?

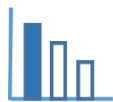
זמן הליכה מהשלט לתחנה	מהירות הליכה	שם
דקות _____	גדולה פי 2 ממהירותו של קוקי	אבא
דקות _____	חצי ממהירותו של קוקי	יוטו
דקות _____	גדולה פי $1\frac{1}{4}$ ממהירותו של קוקי	אימא



3. יום אחד קוקי יצא ממקום השלט, הלך במחצית הראשונה של הדרך ורץ בריצה קלה במחצית השנייה.
- איזה מהגרפים הבאים מתאים לתאר את המרחק שעבר קוקי כפונקציה של הזמן? נמקו.
 - כמה זמן דרוש לקוקי כדי להגיע מהשלט לתחנת הרכבל?
 - ספרו סיפור מתאים לכל אחד מהגרפים האחרים.

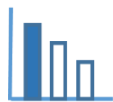


4. סורה עומד ליד השלט, ומנסה לתכנן את הליכתו לתחנת הרכבל. אילו מבין התיכונים שלו הם נכונים?
- אם אלך חצי מהזמן של קוקי בחצי מהמהירות שלו, אעבור חצי מהמרחק לתחנת הרכבל.
 - אם אלך חצי מהזמן של קוקי במהירות כפולה מן המהירות שלו, אגיע לתחנת הרכבל.
 - אם אלך זמן כפול מזמנו של קוקי במהירות כפולה ממהירותו, אגיע לתחנת הרכבל.
 - אם אלך זמן כפול מזמנו של קוקי בחצי מהמהירות שלו, אגיע לתחנת הרכבל.



פתרונות אפשריים

1. התשובה תלויה כמובן במהירויות ההליכה והריצה. מהירויות הליכה סבירות הן 3 - 6 קמ"ש. בהתאם, המרחק הוא בין 0.5 ק"מ ל-1 ק"מ. לתלמידים עשויות להיות אסטרטגיות מגוונות להערכת מהירות הליכה, למשל, משך הזמן הדרוש להם להליכה מהבית לבית-הספר (אם המרחק לא ידוע להם, ניתן לברר אותו בעזרת מפות גוגל).
2. א. אם זמן הריצה של קוקי הוא $\frac{7}{10}$ מזמן ההליכה שלו, אז מהירות הריצה שלו גדולה פי $\frac{10}{7}$ ממהירות ההליכה שלו. לכן מהירות הריצה של קוקי היא $\frac{40}{7}$ קמ"ש, כלומר קצת פחות מ 6 קמ"ש.
- ב. מכיוון שהיחס בין המהירות ובין הזמן הוא יחס הפוך:
אבא – 5 דקות (מהירותו גדולה פי 2 מזו של קוקי, אז דרושה לו מחצית מהזמן הדרוש לקוקי)
יוטו – 10 דקות (מהירותו קטנה פי 2 מזו של קוקי, ולכן דרוש לו משך זמן כפול)
אמא – 8 דקות (מהירותה פי $\frac{5}{4}$ מזו של קוקי, ולכן דרוש לה $\frac{4}{5}$ מהזמן של קוקי)
3. הגרף המתאים הוא גרף B. (אפשר לראות שהשיפוע בחלק השני של הדרך תלול יותר מהשיפוע בחלק הראשון. לחילופין אפשר לראות שמשך הזמן שנמשכת הריצה של החלק השני קטן מהזמן שנמשכת ההליכה בחלק הראשון.)
- גרף A מתאים לסיפור של הלוך ושוב, גרף C מתאים לסיפור שבו המהירות בהתחלה היא אפס, כלומר יש עיכוב ביציאה.
4. התשובות הנכונות הן ב' ו-ד'. סורה הולך חצי מהזמן במהירות גדולה פי 2, ולכן יספיק אותה הדרך; או סורה הולך פי 2 מהזמן אבל במהירות קטנה פי 2.
- בסעיף א - אם סורה יילך חצי מהזמן של קוקי בחצי מהמהירות שלו, הוא יספיק רק רבע מהדרך.
- בסעיף ג - אם סורה יילך במהירות כפולה ובמשך זמן כפול, הוא יוכל לעבור 4 פעמים את הדרך לתחנת הרכבל (והתלמיד המתחכם יוכל לטעון שסורה אכן יגיע לתחנת הרכבל, ויעבור אותה).



שאלות לדין

ניתן לבקש מהתלמידים לשאול שאלות נוספות על הבעיה המוצגת, למשל:

1. יום אחד הגיע קוקי לשלט עם אופניים, ומשם החל לרכוב לתחנת הרכבל. באמצע הדרך נוצר תקר בצמיג, והוא המשיך בהליכה.

- הוסיפו לכיתוב של השלט הערכה לזמן ההגעה ברכיבה על אופניים.
- כיצד ישתנה הגרף שבחרתם בשאלה 3 עבור המצב הזה? נמקו.

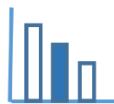
2. קוקי וסורה החליטו להתחרות בתחרות ריצה מהשלט ועד לתחנת הרכבל ובחזרה.

קוקי עובר את כל המסלול במהירות הריצה הרגילה שלו.

סורה רץ הלוך במהירות כפולה ממהירותו של קוקי, אך התעייף ובדרך חזרה רץ במהירות השווה לחצי מהמהירות הקבועה של קוקי.
מי ניצח בתחרות? הסבירו.

הצעות נוספות:

- ניתן "לשחק" עם הזמנים בחלקים השונים ממחצית הדרך, למשל: כמה זמן דרוש לקוקי כדי להגיע לתחנת הרכבל, אם יילך 3 דקות ואחר כך יעבור לריצה קלה? או שאלה הפוכה, כגון זו: איזה חלק מהדרך עליו ללכת ואיזה חלק לרוץ, כדי להגיע תוך 8 דקות?
- כיצד היה משתנה הייצוג הגרפי אם המהירויות לא היו קבועות?
- לדון בבניית גרף של תנועה משולבת ריצה והליכה של קוקי, בהן, למשל, יגיע לתחנה תוך 7 דקות לפחות.



המרחק מהרכבל

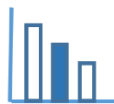


צילום: א' הרבני

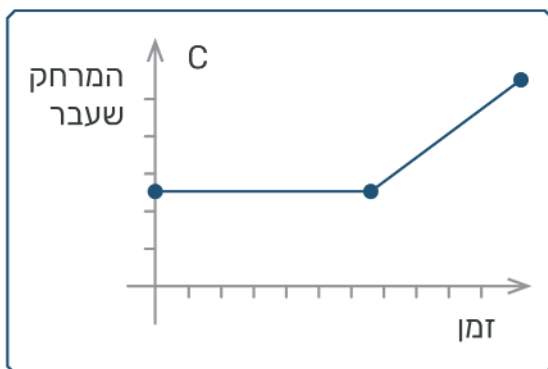
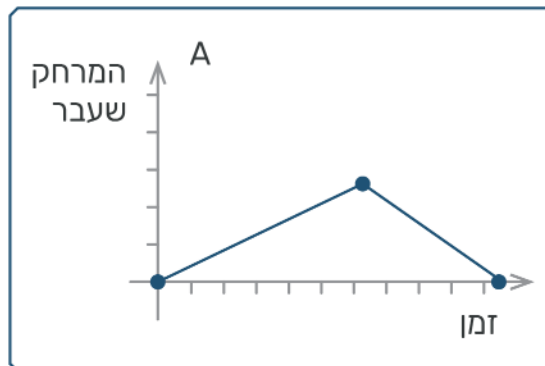
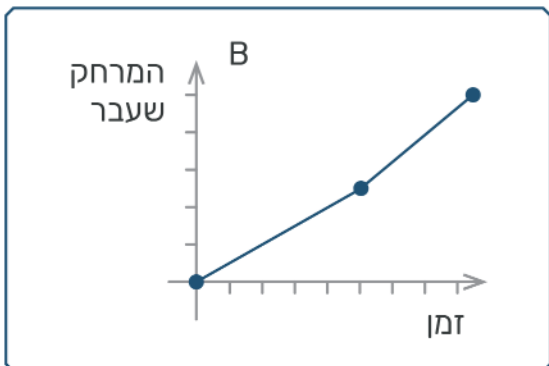
השלט הבא נמצא באי מיאג'ימה ביפן.
התרגום לעברית של הכיתוב היפני והאנגלי הוא:
"10 דקות בהליכה (או 7 דקות בריצה קלה) לתחנת הרכבל."

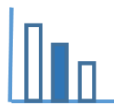
- נסו לאמוד את המרחק מהשלט לתחנת הרכבל. הסבירו כיצד הערכתם.
- נאמר לנו שהשלט נכתב על ידי קוקי, צעיר יפני שמדד כמה זמן אורכת הליכתו וכמה זמן אורכת ריצתו מהשלט ועד תחנת הרכבל.
 - בהנחה שמהירות ההליכה של קוקי היא 4 קמ"ש, מה מהירותו בריצה קלה?
 - קוקי, הוריו ויוטו אחיו הצעיר הגיעו לשלט, והחליטו שכל אחד יילך לתחנת הרכבל בקצב ההליכה הרגיל שלו. נסו לתת תחזית לפי נתוני המהירות: תוך כמה זמן יגיע כל אחד מהם אל התחנה?

זמן הליכה מהשלט לתחנה	מהירות הליכה	שם
דקות _____	גדולה פי 2 ממהירותו של קוקי	אבא
דקות _____	חצי ממהירותו של קוקי	יוטו
דקות _____	גדולה פי $1\frac{1}{4}$ ממהירותו של קוקי	אימא



3. יום אחד קוקי יצא ממקום השלט, הלך במחצית הראשונה של הדרך ורץ בריצה קלה במחצית השנייה.
- א. איזה מהגרפים הבאים מתאים לתאר את המרחק שעבר קוקי כפונקציה של הזמן? נמקו.
- ב. כמה זמן דרוש לקוקי כדי להגיע מהשלט לתחנת הרכבל?
- ג. ספרו סיפור מתאים לכל אחד מהגרפים האחרים.



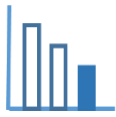


פתרונות אפשריים

1. התשובה תלויה כמובן במהירויות ההליכה והריצה. מהירויות הליכה סבירות הן 3 - 6 קמ"ש. בהתאם, המרחק הוא בין 0.5 ק"מ ל- 1 ק"מ. לתלמידים עשויות להיות אסטרטגיות מגוונות להערכת מהירות הליכה, למשל, משך הזמן הדרוש להם להליכה מהבית לבית-הספר (אם המרחק לא ידוע להם, ניתן לברר אותו בעזרת מפות גוגל).
2. א. אם זמן הריצה של קוקי הוא $\frac{7}{10}$ מזמן ההליכה שלו, אז מהירות הריצה שלו גדולה פי $\frac{10}{7}$ ממהירות ההליכה שלו. לכן מהירות הריצה של קוקי היא $\frac{40}{7}$ קמ"ש, כלומר קצת פחות מ 6 קמ"ש.
 ב. מכיוון שהיחס בין המהירות ובין הזמן הוא יחס הפוך:
 אבא – 5 דקות (מהירותו גדולה פי 2 מזו של קוקי, אז דרושה לו מחצית מהזמן הדרוש לקוקי)
 יוטו – 10 דקות (מהירותו קטנה פי 2 מזו של קוקי, ולכן דרוש לו משך זמן כפול)
 אמא – 8 דקות (מהירותה פי $\frac{5}{4}$ מזו של קוקי, ולכן דרוש לה $\frac{4}{5}$ מהזמן של קוקי)
3. הגרף המתאים הוא גרף B. (אפשר לראות שהשיפוע בחלק השני של הדרך תלול יותר מהשיפוע בחלק הראשון. לחילופין אפשר לראות שמשך הזמן שנמשכת הריצה של החלק השני קטן מהזמן שנמשכת ההליכה בחלק הראשון.)
 גרף A מתאים לסיפור של הלוך ושוב, גרף C מתאים לסיפור שבו המהירות בהתחלה היא אפס, כלומר יש עיכוב ביציאה.

שאלות לדיון

- ניתן "לשחק" עם הזמנים בחלקים השונים ממחצית הדרך, למשל: כמה זמן דרוש לקוקי כדי להגיע לתחנת הרכבל, אם יילך 3 דקות ואחר כך יעבור לריצה קלה? או שאלה הפוכה, כגון זו: איזה חלק מהדרך עליו ללכת ואיזה חלק לרוץ, כדי להגיע תוך 8 דקות?
- כיצד היה משתנה הייצוג הגרפי אם המהירויות לא היו קבועות?
- לדון בבניית גרף של תנועה משולבת ריצה והליכה של קוקי, בהן, למשל, יגיע לתחנה תוך 7 דקות לפחות.



המרחק מהרכבל

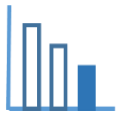


צילום: א' הרבני

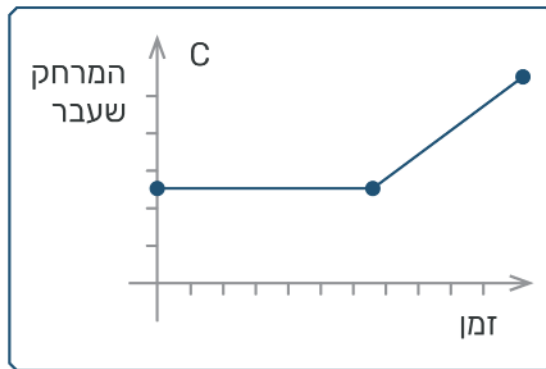
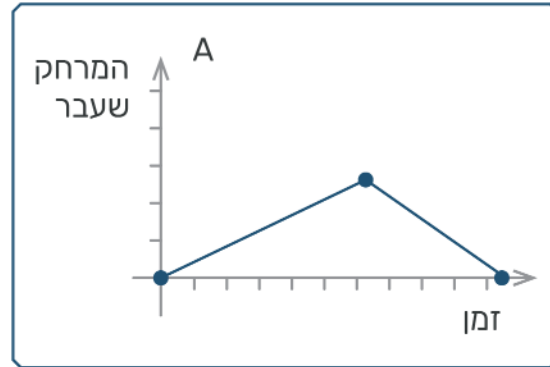
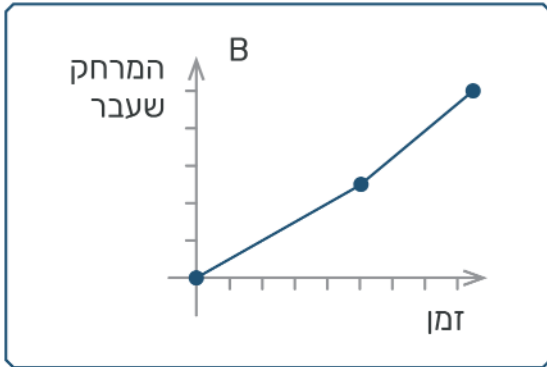
השלט הבא נמצא באי מיאג'ימה ביפן.
התרגום לעברית של הכיתוב היפני והאנגלי הוא:
"10 דקות בהליכה (או 7 דקות בריצה קלה) לתחנת הרכבל."

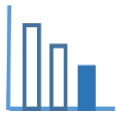
- נסו לאמוד את המרחק מהשלט לתחנת הרכבל. הסבירו כיצד הערכתם.
- נאמר לנו שהשלט נכתב על ידי קוקי, צעיר יפני שמדד כמה זמן אורכת הליכתו וכמה זמן אורכת ריצתו מהשלט ועד תחנת הרכבל.
 - בהנחה שמהירות ההליכה של קוקי היא 4 קמ"ש, מה מהירותו בריצה קלה?
 - קוקי, הוריו ויוטו אחיו הצעיר הגיעו לשלט, והחליטו שכל אחד יילך לתחנת הרכבל בקצב ההליכה הרגיל שלו. נסו לתת תחזית לפי נתוני המהירות: תוך כמה זמן יגיע כל אחד מהם אל התחנה?

זמן הליכה מהשלט לתחנה	מהירות הליכה	שם
דקות _____	גדולה פי 2 ממהירותו של קוקי	אבא
דקות _____	חצי ממהירותו של קוקי	יוטו
דקות _____	גדולה פי $1\frac{1}{4}$ ממהירותו של קוקי	אימא



3. יום אחד קוקי יצא ממקום השלט, הלך במחצית הראשונה של הדרך ורץ בריצה קלה במחצית השנייה.
- א. איזה מהגרפים הבאים מתאים לתאר את המרחק שעבר קוקי כפונקציה של הזמן? נמקו.
- ב. כמה זמן דרוש לקוקי כדי להגיע מהשלט לתחנת הרכבל?





פתרונות אפשריים

1. התשובה תלויה כמובן במהירויות ההליכה והריצה. מהירויות הליכה סבירות הן 3 - 6 קמ"ש. בהתאם, המרחק הוא בין 0.5 ק"מ ל-1 ק"מ. לתלמידים עשויות להיות אסטרטגיות מגוונות להערכת מהירות הליכה, למשל, משך הזמן הדרוש להם להליכה מהבית לבית-הספר (אם המרחק לא ידוע להם, ניתן לברר אותו בעזרת מפות גוגל).
2. א. אם זמן הריצה של קוקי הוא $\frac{7}{10}$ מזמן ההליכה שלו, אז מהירות הריצה שלו גדולה פי $\frac{10}{7}$ ממהירות ההליכה שלו. לכן מהירות הריצה של קוקי היא $\frac{40}{7}$ קמ"ש, כלומר קצת פחות מ 6 קמ"ש.
- ב. מכיוון שהיחס בין המהירות ובין הזמן הוא יחס הפוך:
- אבא – 5 דקות (מהירותו גדולה פי 2 מזו של קוקי, אז דרושה לו מחצית מהזמן הדרוש לקוקי)
יוטו – 10 דקות (מהירותו קטנה פי 2 מזו של קוקי, ולכן דרוש לו משך זמן כפול)
אמא – 8 דקות (מהירותה פי $\frac{5}{4}$ מזו של קוקי, ולכן דרוש לה $\frac{4}{5}$ מהזמן של קוקי)
3. הגרף המתאים הוא גרף B. (אפשר לראות שהשיפוע בחלק השני של הדרך תלול יותר מהשיפוע בחלק הראשון. לחילופין אפשר לראות שמשך הזמן שנמשכת הריצה של החלק השני קטן מהזמן שנמשכת ההליכה בחלק הראשון.)
- גרף A מתאים לסיפור של הלוך ושוב, גרף C מתאים לסיפור שבו המהירות בהתחלה היא אפס, כלומר יש עיכוב ביציאה.

שאלות לדיון

- ניתן "לשחק" עם הזמנים בחלקים השונים ממחצית הדרך, למשל: כמה זמן דרוש לקוקי כדי להגיע לתחנת הרכבל, אם יילך 3 דקות ואחר כך יעבור לריצה קלה? או שאלה הפוכה, כגון זו: איזה חלק מהדרך עליו ללכת ואיזה חלק לרוץ, כדי להגיע תוך 8 דקות?
- כיצד היה משתנה הייצוג הגרפי אם המהירויות לא היו קבועות?
- לדון בבניית גרף של תנועה משולבת ריצה והליכה של קוקי, בהן, למשל, יגיע לתחנה תוך 7 דקות לפחות.