

מאור

מתמטיקה אוריינית בחטיבת ביניים



גשר שער הזהב

המשימה קיימת ב – 2 רמות



כל הזכויות שמורות ל
לייקין ר. וצוות מאור, אוניברסיטת חיפה

אין להעתיק, לצלם או לשכפל חוברת זו
או קטעים ממנה בשום אמצעי

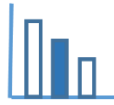
פרטי התקשרות:

maor@labs.edu.haifa.ac.il

04-8288351

תעודת זהות של המשימה

| | | |
|---|--|--|
| פונקציה ריבועית (פרבולה) | | נושא מתוכנית הלימודים לשילוב המשימה |
| ט' | | כיתה |
| עד 45 דקות | | זמן נדרש ליישום המשימה (עד 45 דקות) |
| תכונת סימטריה של פרבולה | | ידע ומיומנויות מתמטיים הנדרשים לפתרון המשימה |
| מציאת קודקוד הפרבולה, תכונת סימטריה של פרבולה | | |
| קשר בין מבנה הגשר בצורת פרבולה לחישובים מתמטיים | | אוריינות קונטקסטואלית |
| קשר בין מבנה הגשר בצורת פרבולה לחישובים מתמטיים | | |
| שימושים מעשיים בחישובים המתייחסים לפונקציה ריבועית. הכרות עם סוג הגשר שצורתו פרבולה. | | ידע ומיומנויות שהמשימה יכולה לקדם |
| הקדמה קצרה למשימה בה ניתן להסביר לתלמידים לגבי סוגי הגשרים הקיימים וצורתם. אפשרית עבודה בקבוצות של 2-3 תלמידים . | | הנחיות קצרות לעבודה עם המשימה |



משימה - גשר שער הזהב

עמוד תמיכה שמאלי **עמוד תמיכה ימני**

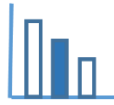
כבל המתלה הראשי

כביש

תיאור סיטואציה

חלק מהגשרים הארוכים בעולם, מורכבים מכבלים התלויים בצורה של קשתות פרבוליות, בין עמודי תמיכה. הצורה הפרבולית של הכבלים תומכת בגשר. הכבלים הפרבוליים מחלקים באופן שווה, את משקל הגשר בין עמודי תמיכה זהים שאליהם הם מחוברים ומאפשרים לשאת את המשקל של מאות כלי רכב, העוברים על הגשר.

אחד מהגשרים התלויים המפורסמים הוא גשר שער הזהב בסן פרנסיסקו, קליפורניה.

**פתרו את הבעיה הבאה**

נשרטט מערכת צירים באופן הבא:

ציר ה- x עובר על מפלס הגשר (בהנחה שהכביש בקטע שבין שני העמודים הוא אופקי),
וציר ה- y עובר על עמוד התמיכה השמאלי (ראו סרטוט).
כבל המתלה הראשי הוא בצורת פרבולה.



הפונקציה הקובעת את גובה המתלה של הגשר היא $y = \frac{19}{51200}x^2 - \frac{19}{40}x + 155$, כאשר x ו- y נמדדים במטרים.

- א. מה מבטאים במציאות השיעורים של נקודה $(320, 41)$ שעל גרף הפונקציה?
- ב. מהו הגובה מעל הכביש של עמודי התמיכה שעליהם תלוי הכבל?
- ג. מהו המרחק הקצר ביותר מהכבל לכביש?
- ד. מהו המרחק בין שני עמודי התמיכה?

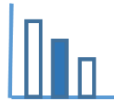
מקורות

[גשר הזהב ויקיפדיה](#)

[סן פרנסיסקו: שער הזהב - ארצות הברית](#)

[שימושים של גשר פרבולי בעולם](#)

[גשר תלוי](#) (וגם סוגי גשרים נוספים)



פתרונות אפשריים

סעיף א':

הנקודה על גרף הפונקציה נמצאת במציאות 320 מטרים מעמוד תמיכה השמאלי ובגובה 41 מטרים מעל הכביש.

סעיף ב':

$$y(0) = 155$$

סעיף ג':

נמצא את שיעור ה- x של הקודקוד באמצעות הנוסחה $X_{\text{קודקוד}} = -\frac{b}{2a}$

$$X_{\text{קודקוד}} = -\frac{-\frac{19}{40}}{2 \cdot \frac{19}{51200}} = \frac{51200}{2 \cdot 40} = 640$$

כלומר, מרחקה של נקודה הנמוכה ביותר על הכבל לכביש מעמוד תמיכה השמאלי הוא 640 מטר.

נמצא את $y_{\text{קודקוד}}$:

$$y_{\text{קודקוד}} = \frac{19}{51200} \cdot 640^2 - \frac{19}{40} \cdot 640 + 155 = 152 - 304 + 155 = 3$$

המרחק הקצר ביותר מהכבל לכביש הוא 3 מטר.

סעיף ד':

פרבולה סימטרית ביחס לציר הסימטריה העובר בקודקודה. ולכן, $\frac{0+x}{2} = 640$. כלומר עמוד התמיכה הימני נמצא במרחק מ' $x = 1280$ מעמוד התמיכה השמאלי. וזה גם המרחק בין עמודי התמיכה.

דרך נוספת לפתרון:

$$y = \frac{19}{51200} x(x - 1280) + 155$$

שתי הנקודות $(0, 155)$ ו- $(1280, 155)$ נמצאות במרחק שווה מציר הסימטריה של הפרבולה.

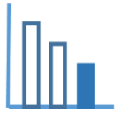
$$x_{\text{קודקוד}} = \frac{0+1280}{2} = 640$$

וזו הנקודה הנמצאת במרחק הקצר ביותר מעל הכביש. גובה נקודה זו מעל הכביש

$$y = \frac{19}{51200} \cdot 640 \cdot (640 - 1280) + 155 = 3$$

בנקודה הנמצאת במרחק 640 מטרים מהמגדל השמאלי, הכבל הוא 3 מטרים מעל הכביש.

המרחק בין המגדלים הוא $640 + 640 = 1280$ מטרים.



משימה - גשר שער הזהב

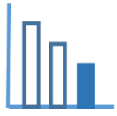


תיאור סיטואציה

חלק מהגשרים הארוכים בעולם, מורכבים מכבלים התלויים בצורה של קשתות פרבוליות, בין עמודי תמיכה. הצורה הפרבולית של הכבלים תומכת בגשר. הכבלים הפרבוליים מחלקים באופן שווה, את משקל הגשר בין עמודי תמיכה זהים שאליהם הם מחוברים ומאפשרים לשאת את המשקל של מאות כלי רכב, העוברים על הגשר.

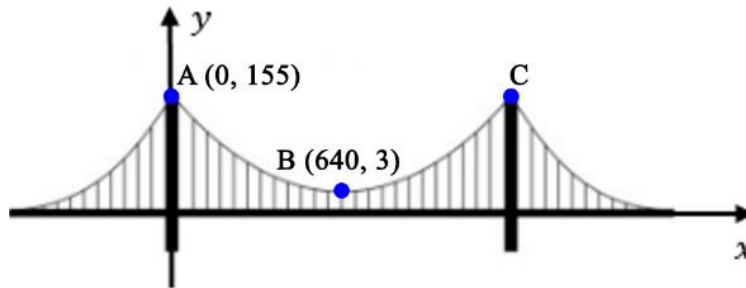
אחד מהגשרים התלויים המפורסמים הוא גשר שער הזהב בסן פרנסיסקו, קליפורניה.



**פתרו את הבעיה הבאה**

נשרטט מערכת צירים באופן הבא:

ציר ה- x עובר על מפלס הגשר (בהנחה שהכביש בקטע שבין שני העמודים הוא אופקי),
וציר ה- y עובר על עמוד התמיכה השמאלי.
כבל המתלה הראשי הוא בצורת פרבולה.



בגרף הפרבולה מסומנות שלוש נקודות:

נקודה $A(0, 155)$ שהיא נקודת החיבור של הכבל עם עמוד התמיכה.

נקודה $B(640, 3)$ שהיא קודקוד הפרבולה

נקודה C שהיא קצה העמוד השני

א. (1) מה המשמעות במציאות של שיעור ה- x של נקודה A ?

(2) מה המשמעות במציאות של שיעור ה- y של נקודה A ?

ב. (1) מה המשמעות במציאות של שיעור ה- x של נקודה B ?

(2) מה המשמעות במציאות של שיעור ה- y של נקודה B ?

ג. מהם השיעורים של נקודה C ?

ד. מהו מרחק בין שני עמודי התמיכה?

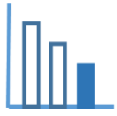
מקורות

[גשר הזהב ויקיפדיה](#)

[סן פרנסיסקו: שער הזהב - ארצות הברית](#)

[שימושים של גשר פרבולי בעולם](#)

[גשר תלוי \(וגם סוגי גשרים נוספים\)](#)



פתרונות אפשריים

סעיף א':

- (1) מיקום של עמוד התמיכה השמאלי
- (2) גובה עמוד התמיכה השמאלי

סעיף ב':

- (1) מרחקה של נקודה הנמוכה ביתר על הכבל ביחס לכביש מעמוד התמיכה השמאלי הוא 640 מטר.
- (2) גובה נקודה הנמוכה ביותר על הכבל מהכביש הוא 3 מטר.

סעיף ג':

נקודה C סימטרית ביחס לציר הסימטריה העובר דרך הקודקוד B(640,3) לנקודה A(0,155).

$$\text{לכן, } x_{\text{קודקוד}} = \frac{x_A + x_C}{2}$$

$$640 = \frac{0 + x_C}{2}$$

$$x_C = 1280$$

סעיף ד':

מרחק בין שני עמודי התמיכה הוא 1280 מטר.