

מאור

מתמטיקה אוריינית בחטיבת ביניים



איזה בנק לבחור? - עמלות

המשימה קיימת ב – 2 רמות



כל הזכויות שמורות ל
לייקין ר. וצוות מאור, אוניברסיטת חיפה

אין להעתיק, לצלם או לשכפל חוברת זו
או קטעים ממנה בשום אמצעי

פרטי התקשרות:

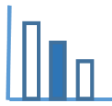
maor@labs.edu.haifa.ac.il

04-8288351



תעודת זהות של המשימה

פונקציה קווית, בעיות מילוליות, משוואות ואי-שוויונות		נושא מתוכנית הלימודים לשילוב המשימה
ח'		כיתה
עד 45 דקות		זמן נדרש ליישום המשימה (עד 45 דקות)
<p>ידע בסיסי לגבי המושג פונקציה קווית והמושגים הנלווים (כמו שיפוע הקו הישר, עליה/ ירידה / פונקציה קבועה, מצב הדדי בין הקווים הישרים וכו').</p> <p>בנייה ופתרון משוואות ואי-שוויונות בדרכים שונות. מעברים בין ייצוגים שונים של מידע.</p>		ידע ומיומנויות מתמטיים הנדרשים לפתרון המשימה
<p>ידע בסיסי לגבי המושג פונקציה קווית והמושגים הנלווים (כמו שיפוע הקו הישר, עליה/ ירידה / פונקציה קבועה, מצב הדדי בין הקווים הישרים וכו').</p> <p>בנייה ופתרון משוואות ואי-שוויונות בדרכים שונות. מעברים בין ייצוגים שונים של מידע.</p>		
הבנת מושגים הקשורים לעולם הבנקאות, כגון: ריבית, עמלות, דמי ניהול וכו'		אוריינות קונטקסטואלית
הבנת מושגים הקשורים לעולם הבנקאות, כגון: ריבית, עמלות, דמי ניהול וכו'		
פונקציה ככלי לקבלת החלטות.		ידע ומיומנויות שהמשימה יכולה לקדם
פונקציה ליניארית למקוטעין. פונקציה ככלי לקבלת החלטות.		
<p>קריאת הסיטואציה והבנת המטרות המוצבות בפורום כיתתי ודיון קצר לשם הבהרת הגדרות המושגים הקשורים לעולם הבנקאות.</p> <p>עבודה בקבוצות של 2-3 תלמידים.</p> <p>שאלות לדיון: מדוע מתקבל גרף נקודות? מה משמעות הקו המקווקו ביישומון? מומלץ להשתמש ביישומון בפתרון הסעיפים ב ו-ג (* הנחיות לשימוש ביישומון - בסוף הקובץ).</p>		הנחיות קצרות לעבודה עם המשימה



משימה: איזה בנק לבחור? - עמלות

פתרו את הבעיה הבאה

דינה הגיעה לגיל 18 והחליטה לפתוח חשבון בנק. ההורים שלה המליצו לה לעשות סקר בין הבנקים כדי לבדוק אילו בנקים מציעים תנאים טובים יותר. כל בנק גובה עמלה (תשלום) עבור כל שירות שהוא נותן כמו: ניהול החשבון, משיכת כסף, הוראת קבע ופעולות חשבונאיות נוספות. גם אלכס החליט להצטרף לסקר ולפתוח חשבון בנק. אלכס ודינה בדקו את התנאים בשלושה בנקים. כל בנק ניסה למשוך אותם אליו ולהציע (לדברי פקידי הבנקים) תנאים הכי טובים – כלומר תשלום מופחת של עמלות. לפניכם הצעה של שלושת הבנקים לגבי פירוט העמלות לחודש:

בנק 1	בנק 2	בנק 3
עמלה קבועה של 25 ₪ ללא קשר למספר הפעולות שמבצעים בחודש	מסלול בסיסי – 10 ₪. מסלול זה כולל: <ul style="list-style-type: none">עמלה על ניהול חשבוןעד 10 פעולות חשבונאיותעל כל פעולה נוספת תשלום עמלה בסך 5 ₪.	<ul style="list-style-type: none">2 ₪ עבור ניהול חשבוןעל כל פעולה בנקאית תשלום העמלה בסך 2 ₪.

א. דינה פתחה את החשבון בבנק 2 ואלכס פתח את החשבון בבנק 3.

1. דינה שילמה לבנק 2 בחודש ינואר עמלה של 15 ₪. כמה פעולות חשבונאיות ביצעה?

2. האם ייתכן שבחודש ינואר אלכס שילם לבנק 3 עמלה של 39 ₪? נמקו את קביעתכם.

ב. בחודש מרץ הסתבר שאלכס ודינה ביצעו מספר זהה של פעולות חשבונאיות

ושילמו לבנקים סכום זהה עבור עמלות. כמה פעולות חשבונאיות ביצעו?

פתרו בדרך אלגברית ובדרך גרפית (היעזרו ביישומון).

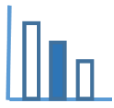
האם בשתי הדרכים התקבלו אותם הפתרונות?

ג. הון, פקיד בבנק 1 מנסה לשכנע את דינה ואת אלכס לעבור לבנק בו הוא עובד.

האם הם ישלמו בבנק 1 תשלום מופחת של עמלות? (היעזרו ביישומון).

הידעתם?

אפשר לפתוח חשבון בנק החל מגיל 14, אבל יש כמה תנאים: עד גיל 16 נדרשת הסכמה של ההורים - בכתב. מי שעובד ומקבל באופן קבוע משכורת שתועבר לחשבון הבנק, יכול לפתוח חשבון בנק כבר בגיל 15, ללא אישור מההורים.



פתרונות אפשריים

סעיף א:

בייצוג המספרי - ויזואלי

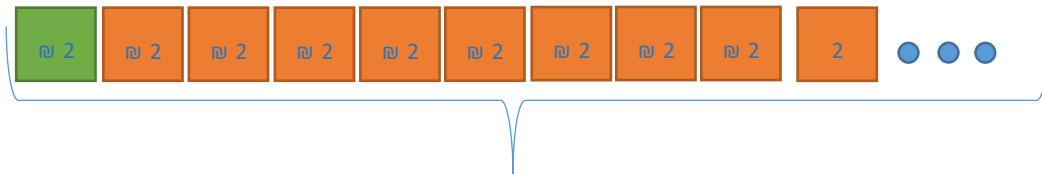
א1. עבור 10 פעולות דינה תשלם 10 ₪.

עבור פעולה נוספת תשלם עוד 5 ₪. כלומר, דינה ביצעה 11 פעולות ושילמה 15 ₪.



א2. לא ייתכן. נימוקים אפשריים: למשל,

- מספר פעולות בחשבון הוא מספר שלם (אי-שלילי). לכן לא ייתכן שיצא מספר אי-זוגי בתנאים שמציב בנק 3.
- עבור 18 פעולות אלכס ישלם 38 ₪, עבור 19 פעולות אלכס ישלם 40 ₪.



עבור n פעולות בחשבון תשולם עמלה בסך $2n+2$ ₪ (מספר זוגי)

בייצוג האלגברי (* הנחיות לשימוש ביישומון - בסוף הקובץ)

נסמן ב- x את מספר פעולות חשבונאיות (כאשר x מספר שלם אי-שלילי)

הביטוי המתאים לתשלום עבור העמלות בבנק 2 בהתאם למספר פעולות חשבונאיות הינו:

$$f(x) = \begin{cases} 10 & , 0 \leq x \leq 10 \\ 10 + 5 \cdot (x - 10) & , x > 10 \end{cases}$$

הביטוי המתאים לתשלום עבור העמלות בבנק 3 בהתאם למספר הפעולות החשבונאיות הינו:

$$g(x) = 2 + 2x$$

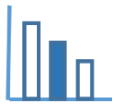
הביטוי המתאים לתשלום עבור התשלום עבור העמלות בבנק 1 בהתאם למספר הפעולות החשבונאיות הינו:

$$k(x) = 25$$

בייצוג האלגברי יש לפתור משוואות:

$$א1. 15 = 10 + 5 \cdot (x - 10) \leftarrow x = 11$$

$$א2. 39 = 2x + 2 \leftarrow x = 18.5 \text{ - לא ייתכן! מספר פעולות הינו מספר שלם אי-שלילי.}$$



בייצוג גרפי

נסמן ב- x את מספר פעולות חשבונאיות (כאשר x מספר שלם אי-שלילי) הגרף הכחול מייצג את התשלום עבור העמלות בבנק 2 בהתאם למספר פעולות חשבונאיות.

$$f(x) = \begin{cases} 10 & , 0 \leq x \leq 10 \\ 10 + 5 \cdot (x - 10) & , x > 10 \end{cases}$$

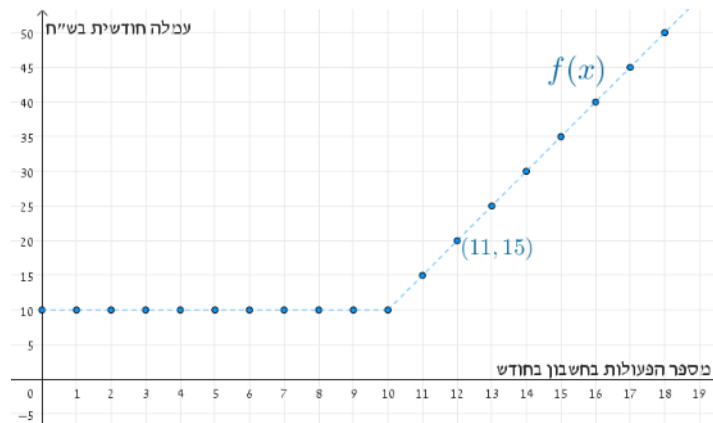
הגרף הירוק מייצג את התשלום עבור העמלות בבנק 3 בהתאם למספר הפעולות החשבונאיות.

$$g(x) = 2 + 2x$$

הגרף האדום מייצג את התשלום עבור העמלות בבנק 1 בהתאם למספר הפעולות החשבונאיות.

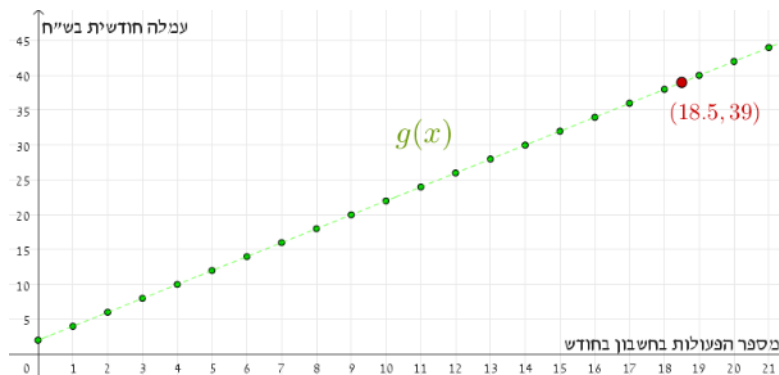
$$k(x) = 25$$

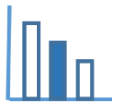
א1. לפי גרף הפונקציה $f(x)$ ניתן להבין כי דינה תשלם לבנק 2 עמלה בסך 15 ₪ עבור 11 פעולות חשבונאיות. הנקודה (11,15) על גרף הפונקציה $f(x)$



א2. לא ייתכן שאלכס ישלם עמלה של 39 ₪.

זאת כיוון שהדבר לא מקיים את תחום ההגדרה של הבעיה – מספר פעולות חשבון הינו מספר שלם אי-שלילי. ניתן לראות שהנקודה (18.5, 39) לא נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$.





סעיף ב:

אלכס ודינה ביצעו מספר זהה של פעולות חשבונאיות ושילמו לבנקים סכום זהה עבור עמלות

בייצוג האלגברי הצגת נתונים בטבלה ובניית משוואות

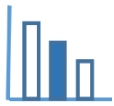
סה"כ		תשלום עבור פעולה אחת	מספר הפעולות	תשלום קבוע	
$10 + 5(x - 10)$ עבור $x > 10$	10 ₪ עבור $0 < x \leq 10$	5 ₪	$x - 10$	10 ₪ עבור 10 פעולות	בנק 2
$2 + 2x$		2 ₪	x	2 ₪ עבור ניהול החשבון	בנק 3

אלכס ודינה ביצעו מספר זהה של פעולות חשבונאיות ושילמו לבנקים סכום זהה עבור עמלות.

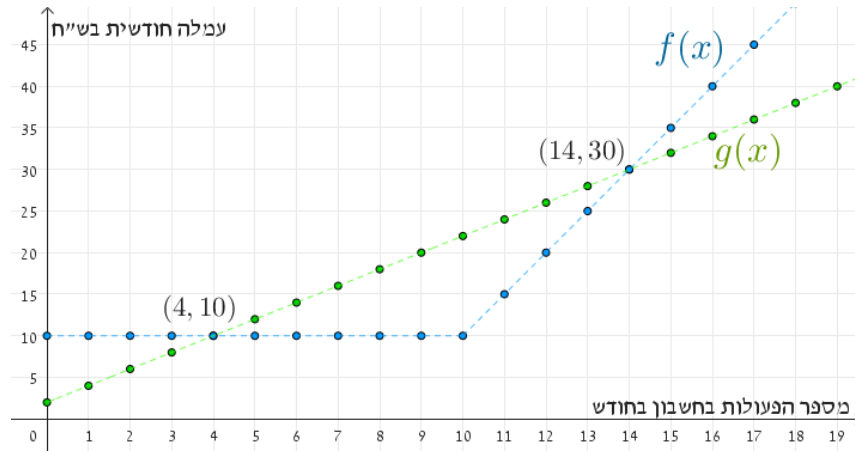
משוואה (1): $x = 4 \leftarrow 2x + 2 = 10$,

משוואה (2): $x = 14 \leftarrow 2x + 2 = 10 + 5 \cdot (x - 10)$

בדרך זאת עלולים לפספס את הפתרון $x = 4$.



בייצוג הגרפי לפי השוואת הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.



יש להבחין בין התחומים ולפתור 2 משוואות:

$$x = 4 \leftarrow 2x + 2 = 10 \qquad \text{משוואה אחת כאשר } 0 \leq x \leq 10$$

$$x = 14 \leftarrow 2x + 2 = 10 + 5 \cdot (x - 10) \qquad \text{משוואה שנייה כאשר } x > 10$$

יש שתי נקודות חיתוך בין הגרפים: $(4, 10)$ ו- $(14, 30)$.

משמעות הדבר כי עבור 4 פעולות חשבונאיות בחודש מרץ דינה ואלכס ישלמו עמלה בסך 10 ₪.

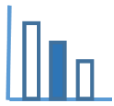
אפשרות נוספת לתשלום זהה היא אם דינה ואלכס יבצעו לחודש 14 פעולות חשבונאיות.

במקרה זה כל אחד מהם ישלם עמלה בסך 30 ₪.

דרך ויזואלית אחרת להצגת הנתונים ובניית המשוואות:

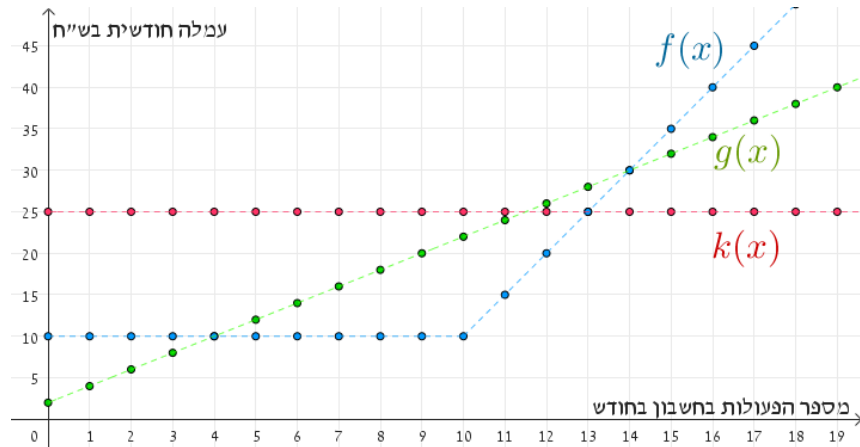
בדרך זאת קל לזהות את שני הפתרונות $x = 4$ ו- $x = 14$.





סעיף ג:

סעיף זה מזמן לדיון איזה בנק כדאי לבחור בהתאם למספר פעולות חשבונאיות שמבצעים.



בנק 3 מועדף על שני הבנקים האחרים כאשר מבצעים עד 4 פעולות חשבונאיות בחודש.

$$0 \leq x < 4 \text{ עבור } g(x) < f(x) < k(x)$$

בביצוע 4 פעולות חשבונאיות בנק 2 ו**בנק 3** עדיפים על בנק 1.

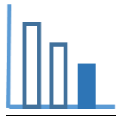
בנק 1 בו עובד רון מועדף על שני הבנקים האחרים אם מבצעים יותר מ- 13 פעולות חשבונאיות בחודש.

$$x > 13 \text{ עבור } k(x) < g(x) < f(x)$$

בנק 2 מועדף אם מבצעים בחודש בין 4 ל- 13 פעולות חשבונאיות.

$$4 < x < 13 \text{ עבור } f(x) < g(x) < k(x)$$

בביצוע 13 פעולות חשבונאיות בנק 1 ו**בנק 2** עדיפים על בנק 3.



משימה: איזה בנק לבחור? - עמלות

פתרו את הבעיה הבאה

דינה הגיעה לגיל 18 והחליטה לפתוח חשבון בנק. ההורים שלה המליצו לה לעשות סקר בין הבנקים כדי לבדוק אילו בנקים מציעים תנאים טובים יותר. כל בנק גובה עמלה (תשלום) עבור כל שירות שהוא נותן כמו: ניהול החשבון, משיכת כסף, הוראת קבע ופעולות חשבונאיות נוספות. גם אלכס החליט להצטרף לסקר ולפתוח חשבון בנק. אלכס ודינה היו בשני בנקים שונים. כל בנק ניסה למשוך אותם אליו ולהציע (לדברי פקידי הבנקים) תנאים הכי טובים – כלומר תשלום מופחת של עמלות. לפניכם הצעה של שני הבנקים לגבי פירוט העמלות **לחודש**:

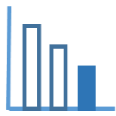
בנק 2	בנק 1
עמלה קבועה של 12 ₪ ללא קשר למספר הפעולות שמבצעים	<ul style="list-style-type: none">2 ₪ עבור ניהול חשבוןעל כל פעולה בנקאית תשלום העמלה בסך 2 ₪.

דינה פתחה את החשבון בבנק 1 ואלכס פתח את החשבון בבנק 2.

- א. 1. בחודש ינואר דינה ביצעה 4 פעולות חשבונאיות. איזו עמלה שילמה דינה לבנק 1?
2. אלכס בחודש ינואר לא ביצע אף פעולה חשבונאית. האם עליו לשלם עמלה לבנק 2?
3. בחודש פברואר דינה שילמה לבנק 1 עמלה של 20 ₪. כמה פעולות חשבונאיות ביצעה?
4. האם ייתכן שבחודש מסוים תשלם דינה עמלה של 15 ₪? נמקו.
- ב. בחודש מרץ הסתבר שאלכס ודינה ביצעו מספר זהה של פעולות חשבונאיות ושילמו לבנקים סכום זהה עבור עמלות. כמה פעולות חשבונאיות ביצעו? פתרו בדרך אלגברית ובדרך גרפית (היעזרו ביישומון). האם בשתי הדרכים התקבלו אותם הפתרונות?
- ג. רון, פקיד בבנק 2 מנסה לשכנע את דינה לעבור לבנק בו הוא עובד. האם הם ישלמו בבנק 1 תשלום מופחת של עמלות? (היעזרו ביישומון).

הידעתם?

אפשר לפתוח חשבון בנק החל מגיל 14, אבל יש כמה תנאים: עד גיל 16 נדרשת הסכמה של ההורים - בכתב. מי שעובד ומקבל באופן קבוע משכורת שתועבר לחשבון הבנק, יכול לפתוח חשבון בנק כבר בגיל 15, ללא אישור מההורים.



פתרונות אפשריים

פתרון בגישה פונקציונלית: נסמן ב- x את מספר פעולות חשבונאיות (כאשר x מספר שלם אי-שלילי)

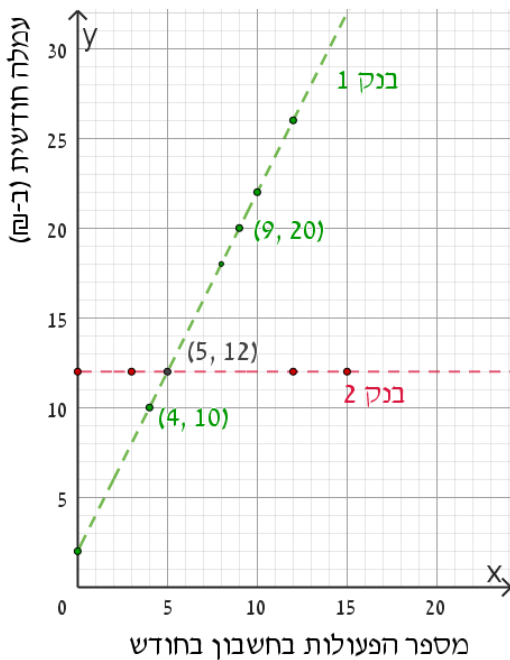
הגרף הירוק מייצג את התשלום עבור העמלות בבנק 1 בהתאם למספר פעולות חשבונאיות.

$$\text{והביטוי המתאים הינו } g(x) = 2 + 2x$$

הגרף האדום מייצג את התשלום עבור העמלות בבנק 2 בהתאם למספר הפעולות החשבונאיות.

$$\text{והביטוי המתאים הינו } k(x) = 12$$

סעיף א:



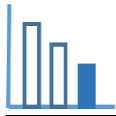
- א1. לפי גרף הפונקציה $g(x)$ ניתן להבין כי דינה תשלם לבנק 1 עמלה בסך 10 ₪ עבור 4 פעולות חשבונאיות.
- א2. לפי גרף הפונקציה $k(x)$ ולפי תנאי הבנק 2 אלכס יצטרך לשלם בחודש ינואר 12 ₪ למרות שלא ביצע אף פעולה בחשבון.
- א3. לפי גרף הפונקציה $g(x)$ בחודש פברואר דינה תשלם לבנק 1 עמלה בסך 20 ₪ עבור 9 פעולות חשבונאיות.
- א4. לא תיתכן עמלה בסך של 15 ₪. הרי מספר פעולות בחשבון הינו מספר שלם אי-שלילי. לפי גרף הפונקציה $g(x) = 15$ עבור x לא שלם.

בייצוג האלגברי יש לפתור משוואות:

$$\text{א1. } 2 \cdot 4 + 2 = 10 \quad \text{א2. } k(0) = 12$$

$$\text{א3. } x = 9 \leftarrow 2x + 2 = 20 \quad \text{א4. } x = 6.5 \leftarrow 2x + 2 = 15$$

(* הנחיות לשימוש ביישומון - בסוף הקובץ)



סעיף ב:

לפי השוואת הפונקציות $k(x)$ ו- $g(x)$.

אלכס ודינה ביצעו מספר זהה של פעולות חשבוניות (5 פעולות) ושילמו לבנקים סכום זהה עבור עמלות (12 ₪).

ב**ייצוג הגרפי** יש נקודת חיתוך אחת בין הגרפים: (5, 12).

ב**ייצוג האלגברי** יש לפתור את המשוואה: $x = 5 \leftarrow 2x + 2 = 12$

סעיף ג:

סעיף זה מזמן לדיון איזה בנק כדאי לבחור בהתאם למספר פעולות חשבוניות שמבצעים.

בנק 1 מועדף על הבנק השני כאשר מבצעים עד 5 פעולות חשבוניות בחודש.

$$g(x) < k(x) \text{ עבור } x < 5$$

בנק 2 בו עובד רון מועדף על הבנק הראשון אם בחודש מבצעים יותר מ- 5 פעולות חשבוניות.

$$k(x) < g(x) \text{ עבור } x > 5$$

כאשר מבצעים בדיוק 5 פעולות חשבוניות בשני הבנקים משלמים את אותה העמלה ולכן לא משנה איזה בנק לבחור.



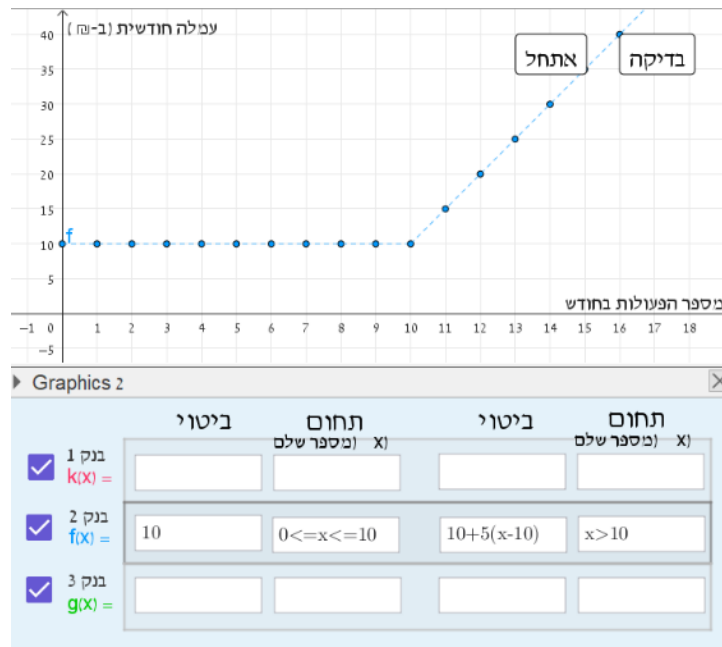
הנחיות לשימוש ביישומון

*יישומונים רק לסעיף ב' ו ג'

היישומון בנוי משני חלונות – העליון והתחתון. תלמיד ירשום בחלון התחתון ביטויים אלגבריים המתאימים להצעות של הבנקים. לכל פונקציה על התלמיד לרשום תחום הגדרה מתאים. לאחר שתלמיד ישלים את הביטוי והתחום המתאים בחלון העליון יופיע גרף הפונקציה (ביישומון מצוין כי מדובר במספרים שלמים – והגרף שיוצג בחלון העליון הוא גרף לא רציף). בנוסף, היישומון מאפשר לרשום פונקציה בתחום מפוצל. כך ברמה רגילה

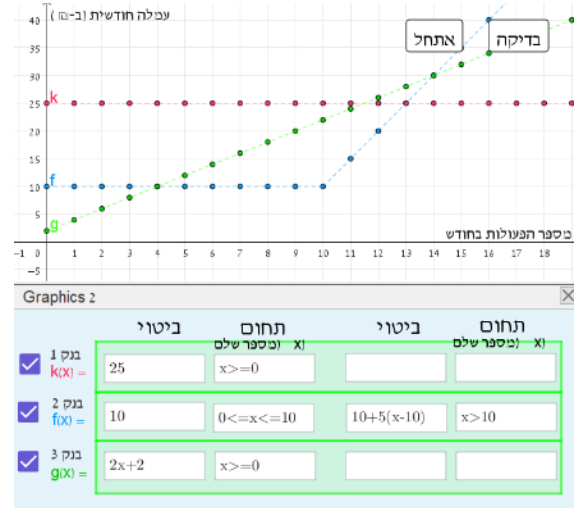
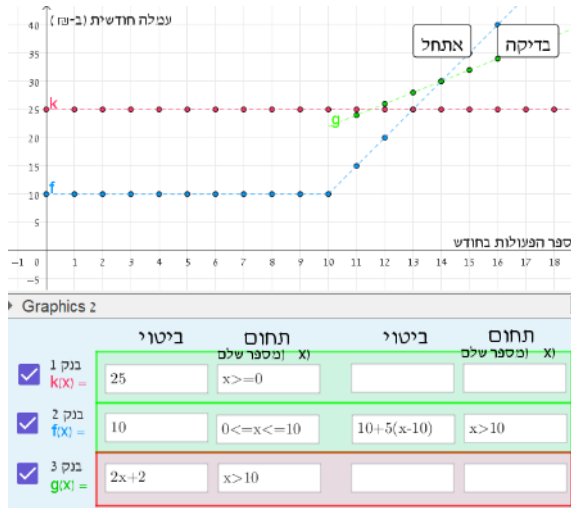
הפונקציה המתאימה היא: $f(x) = \begin{cases} 10 & , 0 \leq x \leq 10 \\ 10 + 5 \cdot (x - 10) & , x > 10 \end{cases}$. יש לרשום את הפונקציה

ביישומון באופן הבא:





ניתן לבדוק את נכונות הפתרון באמצעות לחיצה על כפתור בדיקה - הצבע הירוק במקרה והכל תקין, הצבע האדום במקרה ויש טעות:



היישומון מיועד לענות על הסעיפים ב ו-ג ולצורך השוואה של פונקציות מאפשר לבחור אילו פונקציות להציג בזמנית ואילו להעלים על ידי לחיצה על הכפתור לחיצה על הכפתור אתחל מאפשרת להתחיל את העבודה מחדש.